

# Предчувствие полёта

# Русский размер

к вопросу о выборе характерных размеров метательных снарядов

Мало кого нынче надо убеждать в квантовой основе мироздания. В том смысле, что всё во Вселенной на самом деле дискретно (то есть квантовано) и только кажется нам непрерывным. Применительно к снарядам для метательных орудий можно прийти к интересному и несколько необычному выводу: длина хорошего метательного снаряда (лучной стрелы, например) не может быть выбрана случайным образом. Правильно выбранная длина стрелы может обеспечить максимально возможную кучность и повторяемость результата. Естественно, с поправкой на уровень квалификации стрелка.

Точнее сказать, неслучайной величиной является вовсе не сама длина, а **соотношение длины и внешнего диаметра** метательного снаряда. Конечно, если принимать во внимание только фиксированные диаметры стрел или болтов, предлагаемых на рынке (в 1/32 или 1/64 долях дюйма), то вроде бы получается, что иных диаметров и не бывает. А это в корне не верно, особенно с точки зрения тех, кто изготавливает их самостоятельно. Естественно, при фиксированном наборе диаметров и набор оптимальных длин тоже будет фиксированным. Но вполне допустимо и обратное: при подобранной индивидуально конкретной длине можно также рассчитать и оптимальные значения внешних диаметров метательных снарядов. Аналогичным образом, кстати, можно рассчитать и **оптимальную дистанцию для стрельбы** метательными снарядами заданного диаметра или длины.

Ниже приведена получившаяся таблица длин арбалетных и лучных стрел, равно как и дистанций стрельбы, оптимальных для предлагаемых на рынке популярных калибров (внешних диаметров) стрел и болтов:

Калибр стрелы	Диаметр, мм	Рекомендуемые длины стрел, мм		Рекомендуемые дистанции стрельбы, м
12 XX	4,7625	362,04	585,79	
14 XX	5,5563	422,39	683,44	
15 XX	5,9531	452,50	732,17	90
16 XX	6,3500	482,65	780,95	
17 XX	6,7469	316,97	512,86	
18 XX	7,1438	335,67	543,13	
19 XX	7,5406	354,29	573,25	70
20 XX	7,9375	372,83	603,26	18
21 XX	8,3344	391,46	633,40	30
22 XX	8,7313	410,22	663,76	50
23 XX	9,1281	428,91	693,99	
24 XX	9,5250	447,50	724,08	90
25 XX	9,9219	466,12	754,20	

Длины выбирались внутри рекомендованных диапазонов 304÷457 мм и 355÷610 мм для арбалетов, а также 400÷813 мм (32") - для лука. Может показаться, что стрелы получаются короткими, но это не совсем так. Во-первых, кроме лучников в природе ещё и арбалетчики иногда встречаются, а им такие стрелы короткими не кажутся. Во-вторых, для тех, кто идёт традиционным путём (то есть уже выбрал для себя разумную длину, ибо руки и луки у разных людей тоже бывают разные), можно, как уже говорилось выше, аналогичным образом для каждой заданной длины определить **ряд оптимальных наружных диаметров** тела стрелы. А калибр — не догма.

Если компании Easton удобно брать дискретные значения в долях дюйма, то и Бог с ними. Имеют право на существование и другие решения, кроме предлагаемых ею.

Что касается принятых в этой отрасли условных обозначений типа 1816 или 11/32, то расшифровываются они следующим образом: для металлических и карбоновых стрел первые две цифры (18XX) обозначают внешний диаметр трубки тела стрелы в 1/64 долях дюйма, а вторые две цифры (XX16) — толщину стенки трубки в 1/1000 долях дюйма. Таким образом, калибру 1816 соответствует трубка со внешним диаметром  $18 \cdot 25,4/64 = 7,14$  мм и с толщиной стенки  $16 \cdot 25,4/1000 = 0,41$  мм.

Не путать с обозначением **XX75**, каковое является торговым знаком и означает, что данная стрела изготовлена из алюминиевого сплава марки 7075.

Для деревянных древков диаметр задаётся в 1/32 долях дюйма. Поэтому обозначение 11/32 соответствует диаметру  $11 \cdot 25,4/32 = 8,73$  мм. Естественно, этот диаметр эквивалентен калибру 22XX, для которого оптимальными являются длины 410,2 мм и 663,8 мм.

Возвращаясь к упомянутому выше определению оптимальной для стрельбы дистанции, в качестве примера можно привести результат обратного расчёта оптимальных для каждой из практикуемых дистанций длин и диаметров метательных снарядов, равно как и их ближайших стандартных калибров.

Дистанции стрельбы, м	Рекомендуемые длины стрел, мм		Рекомендуемые диаметры стрел, мм		Ближайшие номинальные калибры
	383,08	619,84	5,04	8,15	
18	383,08	619,84	5,04	8,15	<b>21XX</b>
30	394,67	638,59	5,19	8,40	<b>13XX</b> или <b>21XX</b>
50	406,55	657,81	5,35	8,65	<b>22XX</b> или <b>11/32</b>
70	351,76	569,16	4,63	7,49	<b>19XX</b>
90	452,31	731,86	5,95	9,63	<b>15XX, 24XX</b> или <b>3/8</b>

Эта таблица нуждается не столько в каких-либо комментариях, сколько в практической проверке.

Но вернёмся вновь к длинам и диаметрам. Следует отметить, что от размеров метательного снаряда в значительной степени зависят и его **аэродинамические свойства**. Вот почему регулировку его центра тяжести необходимо производить не за счёт изменения общей длины метательного снаряда, а за счёт иных его параметров, например, массы наконечника, регулируемой выбором габаритов наконечника и подбором материала с различной плотностью.

С другой стороны, соотношение длины и диаметра метательного снаряда вкупе с упругостью материала, из которого он изготовлен, задаёт и его **жёсткость**, определяя тем самым амплитуду и скорость затухания его колебаний, возникающих в момент выпуска — так называемый парадокс лучника, который в значительной степени определяет степень рассеивания метательных снарядов. Колебания оптимизируются подбором жёсткости тела метательного снаряда (определяющей его **статический спайн**) и выбором конкретной конструкции метательного снаряда (размеры, материал, форма сечения и масса тела снаряда, масса наконечника, расположение центра

масс и центра давления и т.п.), определяющей **динамический спайн**. Причём подбор этот выполняется для каждого отдельного стрелка и каждого отдельного лука — тут всё очень индивидуально.

А вот что важнее для прогнозируемого полёта метательного снаряда: его аэродинамика или минимизация амплитуды колебаний и времени их затухания — это ещё вопрос...

*Вообще же спайн — тема очень неоднозначная. Есть очень сильное подозрение, что всё это — спайн, вибрирующие тетивы и стрелы — в значительной степени «от лукавого». Ведь если бы аналогичные эффекты возникли бы в каком-нибудь серьёзном изделии из области машиностроения, то конструктор прежде всего думал бы над изменением конструкции этого изделия, а не над тем, как научить потребителя это очевидно недоработанное изделие поудобнее эксплуатировать.*

*Конструкции современных арбалетов, блочных и олимпийских луков (то есть луков центрального боя) с этой точки зрения в основном доработаны и потому свободны от этих недостатков. По этой причине они в принципе способны метать снаряды без возбуждения их поперечных колебаний. Понятно, что некуда деваться только любителям традиционных луков: как предки придумали «палку с верёвкой», так они тысячелетиями и делают луки — будь то «лонги», «рекурвы» или что ещё. Отступление от канонов грозит «отлучением от касты» — таковы правила этой игры. Меняются времена, меняются материалы луков и стрел, но принцип периферийного выпуска остаётся неизменным.*

*Впрочем, вряд ли сто́ит развивать дискуссию на эту тему, ибо, говоря о спайне, невольно покушаешься на «священную корову» в этом деле. Борцы за чистоту лучных традиций вообще склонны классифицировать «блочник» не как лук, а как совершенно новый вид метательного орудия — нечто, столь же отличающееся от собственно лука, как арбалет или рогатка. Уж слишком много на нём повешено по сравнению с историческим прототипом.*

*Да и к «олимпиадам» по той же причине отношение у них неоднозначное. Раз у традиционного лука выпуск периферийный, то только так и должно быть — это и есть главная «священная корова». А где периферийный выпуск, там и следующая «священная корова» — спайн, тут уж ничего не поделаешь. И хотя стрельба из периферийного лука и напоминает слегка почёсывание левого уха правой рукой, но «мы не ищем лёгких путей в искусстве», такова традиция. И огромное количество людей, надо отдать им должное, достигают в этом искусстве высочайшего уровня мастерства.*

*Так сто́ит ли высказывать сомнение в изначальном несовершенстве предмета их увлечения и почитания? Вряд ли. На то она и «священная корова», чтобы её никто не смел трогать. Не будем и мы.*

Понятно, что выбором основных габаритных (характерных) размеров метательного снаряда дело не ограничивается. Необходимо определиться с его оптимальной массой, жёсткостью (то есть со спайном), балансировкой (то есть с расположением центров масс и давления), целесообразностью стабилизации траектории его полёта с помощью вращения вокруг собственной оси... Чем, собственно, мы далее и займёмся.

# FAT & FAST: толстый и быстрый

к вопросу об энергии метательного снаряда

Энергия, которую метательный снаряд способен приобрести, в значительной степени определяется его физическими характеристиками, такими, например, как масса (а точнее — его геометрия и удельная масса материалов). А получает её снаряд от лука или арбалета за счёт возвращения тетивы из натянутого состояния в состояние равновесия под действием силы плеч лука при их упругой деформации.

Тема эта прекрасно освещена и проиллюстрирована в документе <http://download.archery.ru/share/get/low/krimexpert.pdf>, поэтому ограничусь только *некоторыми частными случаями* и недостаточно освещёнными в литературе вопросами.

Из самых общих соображений понятно, что разгоняющая метательный снаряд сила  $F$  меняется от максимального значения (называемого обычно силой лука) практически до нуля на протяжении всей длины хода тетивы. Для рекурсивного и особенно для блочного лука закон изменения этой силы существенно нелинеен (за что, собственно, и боролись), а для всех остальных луков и арбалетов можно считать, что **сила разгона стрелы  $F$  убывает линейно** в соответствии с законом Гука (см. рис. 81 в вышеупомянутом документе *krimexpert.pdf*).

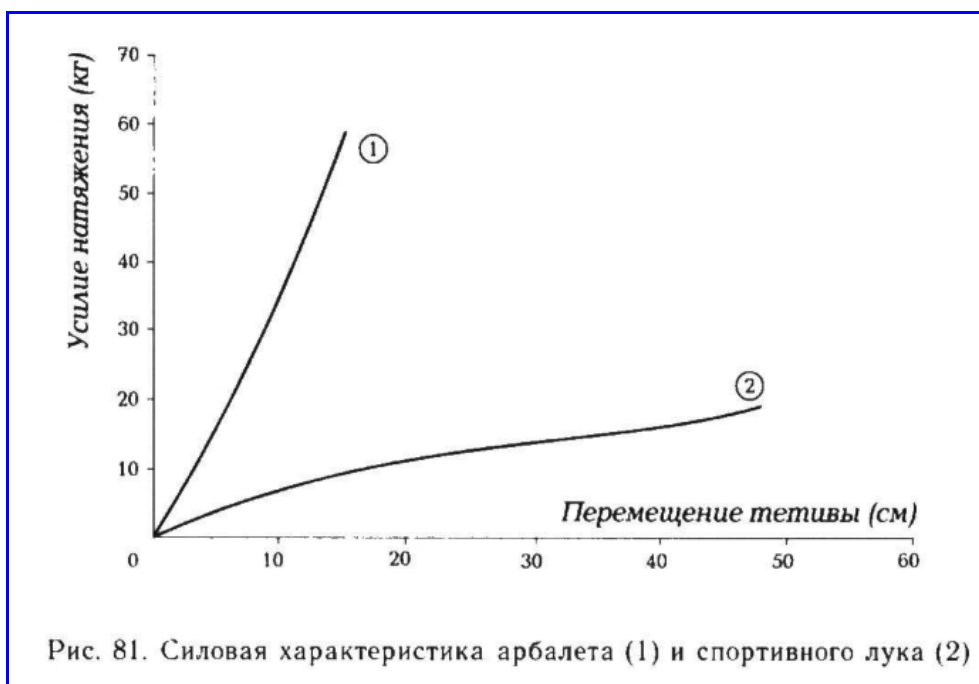


Рис. 81. Силовая характеристика арбалета (1) и спортивного лука (2)

Передаваемая при этом снаряду энергия  $E$  равна интегралу от силы по всей длине хода тетивы, что в нашем линейном случае вырождается в:

$$E = \frac{F \cdot L}{2}$$

где  $F$  — сила лука, а  $L$  — длина хода тетивы.

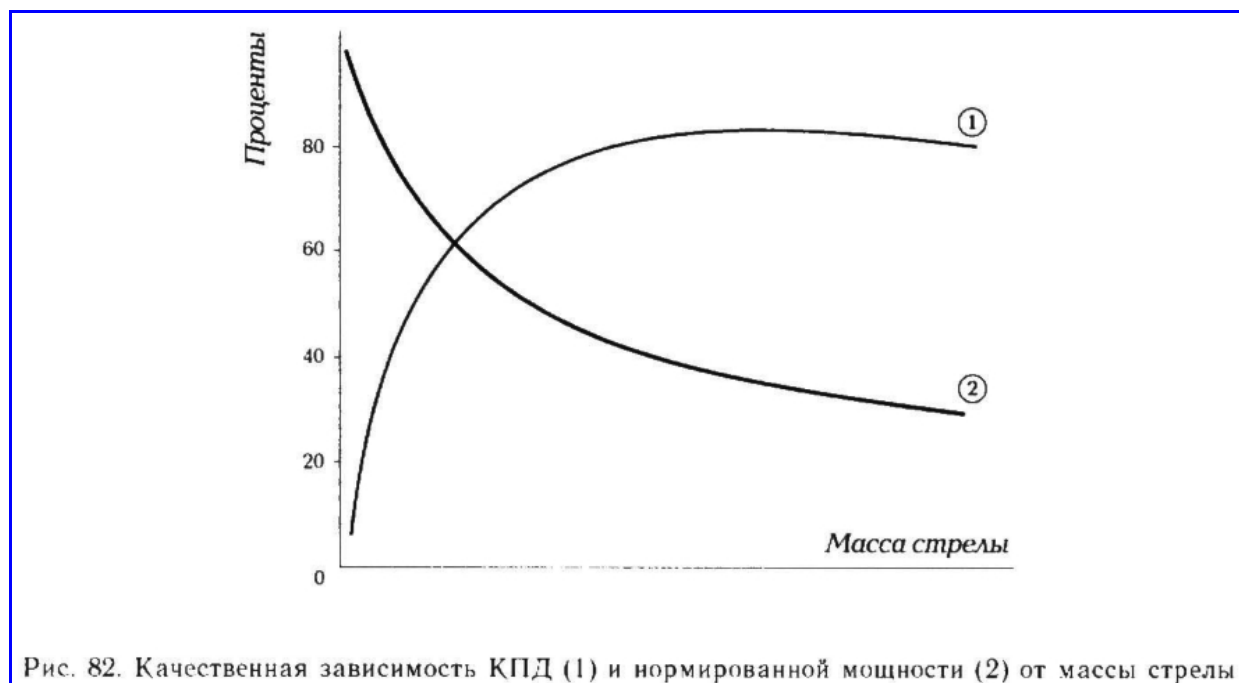
Вся эта энергия в идеальном случае переходит в кинетическую энергию движения стрелы, равную  $\frac{m \cdot V^2}{2}$ . Отсюда получаем соотношение массы

стрелы к силе лука:  $\frac{m}{F} = \frac{L}{V^2}$  .

Рекомендуемая специалистами минимальная масса стрелы — 5 гран на фунт силы, что в привычной нам системе мер эквивалентно **0,7 г/кгс** (или  $7,3 \cdot 10^{-5} \text{ кг/Н}$  — величина, полезная для дальнейших вычислений). Для лука или арбалета с силой  $F=20 \text{ кгс}$  это соотношение даёт минимальную массу стрелы  $m=14 \text{ г}$  . А поскольку всем хочется уменьшить массу стрелы для увеличения прицельной дальности стрельбы, то, судя по всему, отсюда и родилась рекомендация к массе арбалетной стрелы в диапазоне от 15 до 40 грамм (см. опять же *krimexpert.pdf*), что с учётом условностей и округлений означает максимальную силу лука  $F=20 \text{ кгс}$  (44 фунта) и  $56 \text{ кгс}$  (120 фунтов) соответственно. Так что скорее всего известная рекомендация массы стрелы из расчёта 5 гран на фунт силы является не минимально допустимой массой (ниже которой выстрел будет эквивалентен холостому со всеми вытекающими последствиями), а **оптимальной** с точки зрения преобразования потенциальной энергии лука в кинетическую энергию стрелы.

На конкретном примере арбалета «Стрелец» (описание которого можно найти здесь: <http://www.archery.ru/phpBB2/viewtopic.php?t=1600>) с плечами силой  $F=20 \text{ кгс}$  и рабочим ходом тетивы  $L=120 \text{ мм}$  это означает, что энергия выстрела  $E$  не превышает  $20 \cdot 9,8 \cdot 0,12 / 2 = 11,8 \text{ Дж}$  .

Согласно *krimexpert.pdf* КПД луков и арбалетов  $\eta$  составляет 30÷85%.



Для конструкции «Стрельца» вполне разумным предположением о величине его КПД является  $\eta=0,85$  . С учётом КПД арбалета величина кинетической энергии метательного снаряда  $E$  не превысит  $11,8 \cdot 0,85 = 10 \text{ Дж}$  . При массе снаряда  $m=15 \text{ г}$  его начальная скорость  $V$  будет составлять  $\sqrt{2E/m} = 36,5 \text{ м/с}$  . Конечно, это не так много по сравнению с многочисленными описаниями крутых арбалетов, но ведь это же всего лишь «отдыхательно-развлекательное» изделие пистолетного типа, конструктивно схожее с оружием!

На самом деле выше дана достаточно грубая оценка скорости метательного снаряда на основе анализа *статических* характеристик лука. Реальная же скорость определяется *динамическими* характеристиками лука или арбалета, а именно временем разгибания плеч  $t$ , то есть его мощностью  $P = \frac{E}{t}$ , где  $E$  — потенциальная энергия лука. А поскольку  $P = F \cdot V$ , то скорость стрелы  $V = \frac{P}{F}$  или  $V = \frac{E}{F \cdot t}$ . Ранее мы уже показали, что в нашем линейном случае энергия  $E = \frac{F \cdot L}{2}$ , следовательно после подстановки и сокращений получается, что  $V = \frac{L}{2 \cdot t}$ , то есть начальная скорость метательного снаряда в момент его отрыва от тетивы равна половине средней скорости движения тетивы на всей длине её рабочего хода. Мне не известно время  $t$  для арбалета «Стрелец», поэтому рассчитать реальную скорость метательного снаряда в момент его отрыва от тетивы я не могу. Могу только сделать обратную оценку — оценить время разгона метательного снаряда для арбалета «Стрелец» массой  $m = 15 \text{ г}$ , при котором он приобретает начальную скорость  $V = 36,5 \text{ м/с}$ . При длине рабочего хода тетивы  $L = 120 \text{ мм}$  и  $V = 36,5 \text{ м/с}$  получаем  $t = 1,6 \text{ мс}$ . Мощность арбалета, соответственно, будет равна  $P = 6,2 \text{ кВт}$ .

*Для метательных орудий «отдыхательно-развлекательного назначения» в kritexpert.pdf даны следующие ограничения: при массе метательного снаряда 15 г и 40 г скорость не должна быть выше 45 м/с и 27 м/с соответственно в связи с тем, что для таких метательных орудий потенциальная энергия лука не должна превышать  $E = 15 \text{ Дж}$ . Если взять предельно допустимую силу  $F = 20 \text{ кгс}$ , то максимальный рабочий ход тетивы составит  $L = 153 \text{ мм}$ . Отсюда по формуле:*

$t = \frac{L}{2 \cdot V}$  не трудно вычислить время разгибания плеч  $t$ , которое для указанных

*начальных скоростей составит  $t = 1,7 \text{ мс}$  и  $t = 2,8 \text{ мс}$  соответственно. Ясно, что меньшее время разгибания соответствует большему быстродействию лука или арбалета, что обеспечивает бóльшие начальные скорости метательных снарядов.*

Таким образом, получаем **удобный практический метод оценки** (но не точного расчёта, ибо нами сделан ряд допущений) оптимальной массы метательного снаряда для конкретного лука или арбалета через его динамические ( $t$  — время разгибания плеч) и статические ( $F$  — сила плеч лука,  $L$  — длина рабочего хода тетивы) характеристики. Сначала по формуле  $V = \frac{L}{2 \cdot t}$  определяем скорость метательного снаряда  $V$  на момент его отрыва от тетивы. А затем по формуле  $m = \frac{\eta \cdot L \cdot F}{V^2}$ , где  $\eta$  — КПД лука или арбалета, рассчитываем массу метательного снаряда  $m$ . С поправками на нелинейности статических и динамических характеристик плеч, а также на деформацию и колебания тетивы и плеч, можно предположить, что полученная оценка в пределах 5÷10% совпадёт с расчётами. Тем более, что они всё равно будут не точными, поскольку реальная физика процесса стрельбы из лука или арбалета всё равно крайне сложна и не имеет точной математической модели.

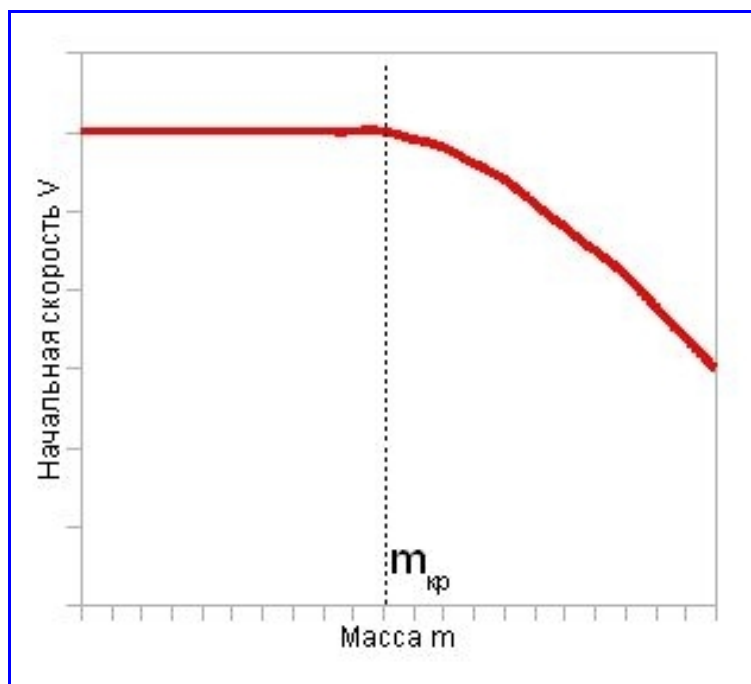
Ещё раз следует подчеркнуть: выше даны именно **оценки параметров** лука и метательного снаряда. Они безусловно полезны для приблизительного

представления о возможностях арбалета или лука, но не более того. Для практических нужд параметры необходимо знать с точностью порядка 1% или лучше. Даже 5-процентная точность может оказаться недостаточной.

В связи с этим предлагается практическая методика определения основной динамической характеристики лука — его мощности  $P$ , вычисляемой через прямое измерение силы натяжения  $F$  и длины рабочего хода тетивы  $L$ , а также через экспериментальное определение времени разгибания плеч  $t$ , зависящего от таких параметров лука, как масса тетивы, а также масса, размах и упругость плеч. Рассчитать точное значение величины  $t$  непросто даже специалисту, а вот определить с заданной точностью через эксперимент — вполне по силам и рядовому стрелку.

Кроме того, в процессе эксперимента будет определена максимально допустимая (на самом деле — оптимальная) масса метательного снаряда для конкретного лука.

Для начала вспомним, что статические параметры лука определяют максимально возможную энергию метательного снаряда, а динамические — его начальную скорость и рассеивание. Идея эксперимента достаточно проста: необходимо провести серию выстрелов метательными снарядами различной массы, измеряя каждый раз их начальную скорость. Результат эксперимента следует отобразить на графике зависимости начальной скорости метательного снаряда  $V$  от его массы  $m$ . График будет выглядеть примерно так:



Масса  $m_{кр}$ , при которой начинает проявляться уменьшение начальной скорости метательного снаряда, является критической для данного экземпляра лука или арбалета, поскольку соответствует максимальному КПД. Значение  $m_{кр}$  можно определить с высокой точностью, если достаточно точно измерять массу метательного снаряда и его начальную скорость. Сколько это — «достаточно точно» — станет ясно чуть позже.



Методологически лучше начинать с заведомо большой массы метательного снаряда и двигаться по ходу эксперимента в сторону её уменьшения. Понятно, что начальная скорость при этом будет расти. Как только станет видно, что начальная скорость стабилизировалась и при дальнейшем уменьшении массы более не растёт, то эксперимент можно останавливать — нужная точка найдена. Для достижения желаемой точности дальнейших вычислений желательно максимально точно определить  $m_{кр}$ , для чего, определив предварительно критический участок кривой, можно промерять его повторно с более мелким шагом изменения массы метательного снаряда.

Максимальный КПД означает, что вся возможная часть потенциальной энергии плеч лука (с поправкой на КПД) передаётся метательному снаряду:

$$E = \frac{F \cdot L}{2}$$

где  $F$  — сила лука, а  $L$  — длина хода тетивы.

Кинетическая же энергия метательного снаряда в этом случае будет максимальна и равна:

$$E_{max} = \frac{m_{кр} \cdot V^2}{2},$$

где  $m_{кр}$  — критическая масса метательного снаряда,  $V$  — его начальная скорость.

Прежде всего, отсюда легко вычислить сам КПД лука или арбалета, характеризующий эффективность нашего метательного орудия, что само по себе интересно:

$$\eta = \frac{E_{max}}{E}$$

Затем из упомянутой выше формулы для начальной скорости  $V = \frac{L}{2 \cdot t}$  рассчитываем время разгибания плеч  $t$ , характеризующее динамику стрельбы из лука или арбалета:

$$t = \frac{L}{2 \cdot V}$$

Вот и всё. Теперь у нас есть все необходимые параметры метательного орудия — лука или арбалета, позволяющие **рассчитать** (а не оценить, как предлагалось ранее) для него допустимые массы метательных снарядов. Диапазон допустимых масс метательных снарядов ограничен снизу холостым выстрелом, а сверху — той самой критической массой  $m_{кр}$ , превышение которой приводит к уменьшению скорости и дальности полёта метательного снаряда, равно как и к уменьшению его убойной/останавливающей силы за счёт уменьшения кинетической энергии.

Теперь можно **корректно определить минимально допустимую массу метательного снаряда**, поскольку мы можем задать границу холостого выстрела в терминах КПД. Нигде в литературе явном виде этого не сказано, но примем минимально допустимый КПД равным 25%:  $\eta_{min} = 0,25$ . То есть договоримся, что **из соображений здравого смысла метательное орудие не должно иметь потерь энергии, превышающих 75%**. Граница достаточно произвольна, но по крайней мере понятна логика её выбора. При

наличии серьёзных аргументов эту границу можно отодвинуть в любую сторону.

Таким образом, минимально допустимая кинетическая энергия метательного снаряда  $E_{min}$  будет равна:

$$E_{min} = \frac{m_{xx} \cdot V^2}{2} ,$$

где  $m_{xx}$  - масса метательного снаряда, обеспечивающая переход метательного орудия в режим холостого хода,  $V$  — начальная скорость.

Из оговоренных выше соображений здравого смысла следует, что  $E_{min} = \eta_{min} \cdot E$ , где  $E = \frac{F \cdot L}{2}$ . Отсюда получаем, что:

$$\frac{m_{xx} \cdot V^2}{2} = \eta_{min} \cdot \frac{F \cdot L}{2} .$$

Теперь несложно получить и формулу для вычисления минимально допустимой массы метательного снаряда  $m_{xx}$ :

$$m_{xx} = \frac{\eta_{min} \cdot F \cdot L}{V^2}$$

А подставив в эту формулу  $V = \frac{L}{2 \cdot t}$ , получим окончательное выражение для минимально допустимой массы метательного снаряда, определяемой **исключительно характеристиками метательного орудия**:

$$m_{xx} = 4 \cdot \frac{\eta_{min} \cdot F \cdot t^2}{L}$$

Отсюда сразу становится видно, что широко известная рекомендация выбора минимальной массы метательного снаряда из расчёта «**5 гран массы на 1 фунт силы**» мягко говоря, не совсем корректна. И раньше было интуитивно было понятно, что  $m_{xx}$  должна зависеть от полной энергии, а не только от силы лука. Конечно, если считать, что такие параметры, как КПД, длина рабочего хода и жёсткость лука примерно одинаковы у всех (?), то в этом случае  $m_{xx}$  действительно будет пропорциональна только одной переменной — силе  $F$ :

$$m_{xx} = k \cdot F ,$$

где  $k = 4 \cdot \frac{\eta_{min} \cdot t^2}{L}$  - некий коэффициент пропорциональности.

Проверим это предположение. Поскольку упомянутая выше «широко известная рекомендация» выдаёт величину этого коэффициента равной  $7,3 \cdot 10^{-5} \text{ кг/Н}$ , то, взяв величину КПД равной  $\eta_{min} = 0,25$ , а величину  $L = 0,5 \text{ м}$  и величину  $t = 1 \text{ мс}$ , получим:

$$k = \frac{4 \cdot 0,25 \cdot 0,001^2}{0,5} = 0,2 \cdot 10^{-5}$$

При этих в общем-то «среднепотолочных» предположениях относительно величин  $L$  и  $t$  полученный результат отличается от «рекомендованного» в

36,5 раз. Если чуть-чуть — хотя бы раза в два — изменить наши «среднепотолочные» предположения ( $L=0,25\text{ м}$ ,  $t=2\text{ мс}$ ), то  $k$  увеличится в 8 раз и станет равным  $k=1,6\cdot 10^{-5}$ . Теперь отличие от «известной рекомендации» будет всего в 4,5 раза. А вот это уже многовато при таких исходных данных. Во-первых,  $L=0,25\text{ м}$  приемлемо скорее для арбалетов, чем для луков. Во-вторых,  $t=2\div 3\text{ мс}$  соответствует самым слабым, «отдыхательно-развлекательным» вариантам луков и арбалетов. У серьёзных спортивных и охотничьих изделий начальная скорость метательного снаряда ближе к 100 м/с, что соответствует скорее  $t=0,75\text{ мс}$  при тех же значениях  $L$ . После всех этих рассуждений возьмём  $t=1,7\text{ мс}$ ,  $L=0,3\text{ м}$  и получим наиболее вероятное значение коэффициента  $k$ :

$$k = \frac{4 \cdot 0,25 \cdot 0,0017^2}{0,3} = 1 \cdot 10^{-5}$$

Видим отличие этого коэффициента от «известной рекомендации» в 7,3 раза. Разумное объяснение этой разницы может быть следующим:

- ♦ у нас разные представления о том, что такое «холостой выстрел»;
- ♦ «известная рекомендация» даёт оценку величины **не минимальной, а оптимальной массы** метательного снаряда.

В общем-то, к этому выводу мы уже приходили и раньше, но на интуитивном уровне. Теперь же этот вывод мы подтвердили расчётами.

*Вот интересный пример с форума (<http://www.archery.ru/phpBB2/viewtopic.php?t=1023&postdays=0&postorder=asc&start=45>): «К вопросу о весе — стрела меньшего веса будет двигаться с тетивой быстрее, в конкретном примере при 100-грановом наконечнике и рекурсивном луке 50# стрела 450 гран получит скорость 210 фпс, а стрела 600 гран — 180 фпс, и будет выглядеть более жёсткой при тесте с голым древком. Это — не вдаваясь в мутные теории».*

*В переводе на привычные единицы измерения с учётом величины 1 грана, равной 64,79891 мг, величины 1 английского фунта, равной 7000 гранам или 453,59237 г, и величины 1 фута, равной 0,3048 м, масса наконечника равна 6,48 г, массы стрел без наконечника — 29,16 г и 38,88 г соответственно (с учётом массы наконечника — 35,64 г и 45,36 г); скорости же соответственно составят 64 и 54,9 м/с. В этих двух случаях кинетическая энергия стрел составит соответственно 73 и 68,4 Дж. Приведённые цифры означают только, что масса второй стрелы с наконечником — 45,36 г — превысила оптимальную (критическую) массу  $m_{кр}$  для данного лука, вследствие чего КПД лука  $\eta$  снизился. Или же в ходе эксперимента на 6,5%, то есть на 2,5÷3 см, снизился рабочий ход тетивы (то есть растяжка лука). Но это маловероятно, так как автор приведённого текста — опытный лучник. Конечно, может оказаться, что и масса 35,64 г для данного лука тоже великовата. Точно на этот вопрос можно ответить только после ещё хотя бы одного выстрела стрелой с массой менее 450 гран, поскольку точку перегиба можно обнаружить на графике, состоящем как минимум из 3 точек.*

*Но с поправкой на опытность автора приведённого выше текста предположим, что 35,64 г — это нормальная допустимая масса стрелы для данного лука, а  $m_{кр}$  лежит где-то посередине между двумя указанными массами (округлённо 35 и 45 г) и равна  $m_{кр}=40\text{ г}$ . Предположим также, что рабочий ход тетивы (растяжка)  $L$  равен 40 см. С учётом заявленной силы лука — 50 фунтов или 22,65 кгс — мы имеем все необходимые исходные данные для расчёта КПД  $\eta$  и времени распрямления дуг  $t$  (то есть быстрого действия) упомянутого лука.*

Максимальная кинетическая энергия стрелы для данного лука рассчитывается по формуле:  $E_{max} = \frac{m_{кр} \cdot V^2}{2}$  и будет равна 81,9 Дж. Потенциальная энергия лука

рассчитывается по формуле  $E = \frac{F \cdot L}{2}$  и оказывается равной... 44,39 Дж ?!!

Нонсенс? Отнюдь. Ошибка присутствовала с самого начала, поскольку лук рекурсивный, его сила распределена весьма неравномерно по ходу тетивы и для него формула  $E = \frac{F \cdot L}{2}$  некорректна. Полная потенциальная энергия рекурсивного лука скорее близка к величине  $E = F \cdot L$  (но на самом деле чуть меньше её), что в нашем случае будет соответствовать величине приблизительно 88,8 Дж . Теперь можно рассчитать КПД лука:  $\eta = 81,9 / 88,8 = 0,92$  . Реальный КПД, естественно, будет немного меньше. Полученная величина КПД соответствует средним данным для луков такого типа — 0,86÷0,92.

По причине нелинейности распределения силы этого лука корректно рассчитать его быстроедействие (то есть величину времени распрямления дуг  $t$  ) по приведённым ранее формулам также не получится.

Зато теперь можно провести корректный расчёт по другому примеру того же автора ([www.archery.ru/phpBB2/viewtopic.php?p=11320#11320](http://www.archery.ru/phpBB2/viewtopic.php?p=11320#11320)): «Реальный пример с одним из моих луков из лещины — ход тетивы 451мм, вес стрелы 420 гран, скорость — 167 fps, сила при данном растяжении — 53#». При переводе в привычные единицы измерения получаем:  $L = 0,451 \text{ м}$  ,  $m = 27,2 \text{ г}$  ,  $V = 50,9 \text{ м/с}$  ,  $F = 24 \text{ кгс}$  . Кинетическая энергия стрелы при таких исходных значениях будет равна  $E_{\text{кин}} = 35,2 \text{ Дж}$  , потенциальная энергия лука будет равна  $E = 53 \text{ Дж}$  . Отсюда КПД лука  $\eta = 0,66$  , а время разгибания плеч лука  $t$  будет равно  $t = \frac{L}{2 \cdot V} = 4,4 \text{ мс}$  . Соответственно, мощность этого лука равна  $P = 12 \text{ кВт}$  . Расчёт минимально допустимой для этого лука массы стрелы при минимальном КПД  $\eta_{\text{min}} = 0,25$   $m_{\text{xx}} = 4 \cdot \frac{\eta_{\text{min}} \cdot F \cdot t^2}{L}$  даёт величину  $m_{\text{xx}} = 10,24 \text{ г}$  или 158 гран.

# Полёт шмеля

к вопросу о поведении метательного снаряда в полёте

Когда Николай Андреевич Римский-Корсаков творил свой знаменитый «Полёт шмеля» для оперы «Сказка о царе Салтане», он даже не догадывался, какой литературный штамп он через некоторое время вбросит на мировой рынок. К чему только и в каких только смыслах не приклеивали этот ярлык... Стыдно, конечно, но я тоже им воспользуюсь в части описания полёта метательного снаряда по баллистической траектории. И вот почему: «шмель» по-английски будет **bumble-bee**, где **bee** — это «пчела», а **bumble** имеет значения «путаться; ошибаться; плохо справляться с чем-либо; делать что-либо неорганизованно, беспорядочно; кое-как справляться со своими делами». Такая вот плохо летающая «неправильная пчела» у англичан получается! Прямо как и предмет наших обсуждений — трепыхающаяся в полёте стрела.

Теперь перейдём к делу. Первый вопрос, который у меня возникает, связан с различиями между стрелами и болтами. Теоретическая фундаментальность их основана на представлении стрелы как планирующего объекта с хорошим аэродинамическим качеством, заметно изменяющим траекторию полёта, а болта — просто как разновидности тяжёлой пули, летящей «чисто конкретно» по баллистической траектории.

## «Летят утки...»

Для анализа аэродинамики полёта метательного снаряда начнём с некоторых общепринятых определений, волевым усилием адаптировав их к нашему частному случаю полётов.

**Полёт** — продолжительный процесс относительного движения в атмосфере искусственного объекта тяжелее воздуха без твёрдой или жидкой опоры, осуществляющийся благодаря создаваемой подъёмной силе или по инерции за счёт энергии, сообщённой объекту перед началом полёта.

**Аэродинамическое качество объекта** — отношение величины подъёмной силы к силе лобового сопротивления в связанной с объектом системе координат (или отношение соответствующих коэффициентов) при данном угле атаки. Максимальное значение аэродинамического качества для объекта соответствует наивыгоднейшему углу атаки для осуществления планирования.

В более простом представлении аэродинамическое качество можно расценивать как расстояние, которое может пролететь объект с некоторой высоты при полном отсутствии влияния атмосферных явлений (ветра или дождя) и без сообщения ему энергии движения извне. Например, на планере качество обычно около 60, а на дельтаплане — 16. То есть с высоты в 1 километр спортивный планер сможет пролететь в идеальных условиях приблизительно 60÷70 км, а дельтаплан — всего 16. Для сравнения можно упомянуть разрабатываемый в РКК «Энергия» новый пилотируемый космический корабль «Клипер» (по прозвищу «утюг»), имеющий аэродинамическое качество на гиперзвуке 0,6÷1,8 (а на малых скоростях ведущий себя совершенно предсказуемо в соответствии с прозвищем), и «фару» возвращаемого аппарата корабля «Союз» — 0,25÷0,3.

Таким образом, аэродинамическое качество объекта стоит обсуждать только в том случае, если он хоть чуть-чуть отличается от чугунного ядра и способен планировать. Считается, что оперение и длинное тело стрелы всё

же создают эффект планирования на типичных скоростях её полёта. Пуля же и болт таким эффектом не обладают из-за отсутствия оперения и меньших размеров. А насколько же тогда велико аэродинамическое качество стрелы? Данных на эту тему я не нашёл, но могу предположить, что оно вряд ли сильно отличается от нуля. Простейшее рассуждение: во сколько раз дальше полетит стрела по сравнению с болтом той же самой массы, будучи выпущенной из одного и того же лука (арбалета)? В  $1,5 \div 2$  раза? А ведь болт имеет аэродинамическое качество, близкое к нулю.

Здесь: <http://nature.web.ru/db/msg.html?mid=1198481> хорошо рассказано про баллистическую траекторию. Я же остановлюсь только на некоторых деталях, кажущихся мне важными. В частности, подъёмная сила стрелы будет равна

$F_n = 1/2 \cdot c \cdot \rho \cdot S \cdot V^2$ , где  $c$  — некий коэффициент, зависящий только от формы стрелы, чисел Рейнольдса и Маха;  $\rho$  — плотность воздуха;  $S$  — площадь проекции стрелы на плоскость, перпендикулярную вектору скорости движения её центра инерции;  $V$  — скорость полёта стрелы.

Понятно, что при принудительной ориентации тела стрелы **вдоль** сектора скорости её движения (именно этого и стремятся достичь, смещая центр масс вперёд, а центр давления — назад) угол атаки стрелы практически будет равен нулю и, следовательно, площадь  $S$  тоже будет величиной, мало отличающейся от нуля. Плотность воздуха  $\rho = 1,29 \text{ кг/м}^3$ , а коэффициент  $c$  имеет значение, сопоставимое с 1. Следовательно, произведение всех коэффициентов в приведённой выше формуле будет сопоставимо с 1, а подъёмная сила  $F_n$  по порядку величины будет сопоставима с произведением  $S \cdot V^2$ . Максимальная величина  $S$  площади проекции стрелы, достигаемая при угле атаки 90 градусов (при полёте стрелы боком, чего не бывает никогда), при характерных размерах лучной стрелы (например, длине 700 мм и диаметре 7 мм) приблизительно равна  $49 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$ . При реальных же углах атаки, сопоставимых с нулём, площадь  $S$  будет как минимум на  $2 \div 3$  порядка меньше. Поэтому при скорости полёта стрелы 70 м/с произведение

$S \cdot V^2$  заведомо не превысит величины  $\frac{1}{100} \cdot 49 \cdot 10^{-4} \cdot 70^2 = 2401 \cdot 10^{-4} = 2,4 \cdot 10^{-2}$ . То

есть величина подъёмной силы стрелы также не превысит 0,02 Н (или 0,002 кгс), в то время как вес той же самой стрелы (то есть результат действия силы тяжести, противодействующей подъёмной силе) составляет обычно не меньше 20 г. Иными словами, **подъёмная сила стрелы как минимум на порядок меньше силы тяжести и вряд ли вносит существенный вклад в изменение траектории полёта стрелы по сравнению с идентичными по массе другими метательными снарядами.**

Плюсом планирующих объектов (и метательных снарядов в том числе) является только некоторое увеличение дальности полёта. Зато серьёзным их минусом является **сильная зависимость от атмосферных явлений**, таких, как дождь или ветер, которые оказывают очень сильное влияние на траекторию полёта объекта.

Так что первый вывод напрашивается сам собой: если стреляем «на дальность расстояния», то имеет смысл возиться с планирующими свойствами стрелы. А если целью является точность поражения мишени на разумных расстояниях — порядка  $50 \div 100$ , но никак не 300 метров, то планирование метательного снаряда скорее вредно, чем полезно. На таких практически значимых расстояниях вполне достойно и безо всякого дурного влияния со стороны атмосферных явлений летают и чисто баллистические объекты типа болта.

Лично меня последний вариант более чем устраивает. Пусть себе летает по чисто баллистической траектории, зато более предсказуемо.

**Баллистическая траектория** — траектория, по которой движется объект, обладающий некоторой начальной скоростью, под действием силы тяготения и силы аэродинамического сопротивления воздуха. Форма участков баллистической траектории объекта зависит от многих факторов, в первую очередь от его начальной скорости, формы и массы, а также от характера движения этого объекта вокруг его центра масс.

В связи с вышеизложенным возникает следующий вопрос: а за счёт чего можно максимально стабилизировать полёт метательного снаряда? Он ведь по разным причинам всё равно может отклоняться от заданной траектории.

«...и два гúся»

Для прояснения вопроса стабилизации метательного снаряда в полёте без рассмотрения аэродинамического сопротивления и анализа балансировки этого метательного снаряда не обойтись. Начнём с сил сопротивления. Почему это важно? А потому, что сила аэродинамического (лобового) сопротивления не только тормозит снаряд в полёте, но и является единственной силой, способной при некоторых условиях его — этот самый полёт — стабилизировать.

**Аэродинамическое (лобовое) сопротивление** — сила, препятствующая движению объектов в атмосфере. Лобовое сопротивление складывается из двух типов сил: сил касательного трения, направленных вдоль поверхности объекта, и сил давления, направленных по нормали к его поверхности.

Силы сопротивления удобно разделить на три категории: паразитное сопротивление, индуктивное сопротивление и волновое сопротивление. Каждый тип характеризуется своим собственным безразмерным коэффициентом сопротивления и определённой зависимостью от скорости движения.

**Паразитное сопротивление** возникает в результате воздействия скоростного напора воздуха и сил трения на лобовые части и поверхности элементов конструкции, не участвующих в создании подъёмной силы. Сила сопротивления направлена против скорости движения, её величина пропорциональна площади поперечного сечения  $S$ , плотности среды  $\rho$  и квадрату скорости  $u$ :

$$F_d = \frac{1}{2} \cdot C_d \cdot \rho \cdot v^2 \cdot S$$

**Индуктивное сопротивление** — это побочный продукт образования подъёмной силы на крыле конечных размеров, выражающийся в образовании концевых вихря. На образование вихря тратится энергия движения, что приводит к появлению силы индуктивного сопротивления. Индуктивное сопротивление пропорционально квадрату подъёмной силы  $L$ , и обратно пропорционально плотности среды  $\rho$ , площади крыла  $S$ , его удлинению  $A$  и квадрату скорости  $u$ :

$$F_i = \frac{2 \cdot k \cdot L^2}{\pi \cdot \rho \cdot v^2 \cdot S \cdot A}$$

Коэффициент  $k$  обычно находится в районе  $1,05 \div 1,15$ .

**Волновое сопротивление** является существенным при движении с около- и сверхзвуковой скоростью, и вызвано образованием ударной волны, уносящей значительную долю энергии движения. Волновое сопротивление начинает вносить ощутимый вклад со скоростей порядка  $0,8M$  (где  $M$  — число Маха).

**Суммарное лобовое сопротивление** является суммой всех видов сил сопротивления. При движении с дозвуковой скоростью — а это как раз наш случай — наиболее существенны *паразитное* и (но только при наличии подъёмной силы!) *индуктивное* сопротивление. По поводу значимости величины подъёмной силы стрелы я позволю себе выразить некий скепсис — здравый смысл подсказывает, что она слишком мала для сколь-нибудь существенного влияния на величину индуктивной составляющей лобового сопротивления.

*В общем случае, поскольку паразитное сопротивление пропорционально квадрату скорости, а индуктивное — обратно пропорционально квадрату скорости, то они имеют разное влияние на разных скоростях. А скорость, при которой обе силы сопротивления равны по величине, обеспечивает минимальное суммарное сопротивление. При этой скорости объект обладает наивысшим аэродинамическим качеством. Беда только в том, что к нашему случаю это отношения не имеет. У нас всё проще: в нашем случае аэродинамическое сопротивление пропорционально квадрату скорости.*

Эта самая сила сопротивления прилагается к летящему метательному снаряду в точке, называемой *центром давления*.

**Центр давления** — это точка тела, в которой пересекаются: линия действия равнодействующей сил давления на тело окружающей среды и некоторая плоскость, проведённая в теле. Положение этой точки зависит от формы тела, а у движущегося тела — ещё и от свойств окружающей среды и направления движения. Например, для тел вращения она определяется как точка пересечения аэродинамической силы с плоскостью симметрии тела, перпендикулярной к плоскости, проходящей через ось симметрии и вектор скорости центра тяжести тела.

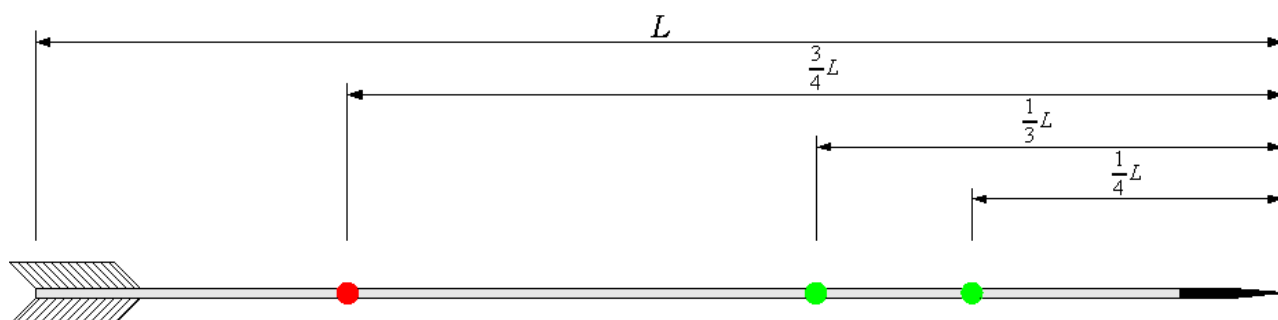
*Не помню, откуда именно я взял это определение, но звучит красиво. Такие фразы придают наукообразность изложению любого материала. В среде пишущей научно-инженерной братии это называется «подпустить икса». Автору немного стыдно, но на читающие массы это обычно производит благотворное впечатление.*

Реальный смысл сказанного выше достаточно прост. На летящий метательный снаряд действуют 3 противоборствующие силы: сила, влекущая снаряд вперёд и приложенная к его центру масс, приложенная туда же сила тяжести, а также сила, влекущая снаряд назад (тормозящая его) и приложенная к его центру давления. При этом основная борьба разворачивается между первой («тянущей») и последней («тормозящей») силами. Для обеспечения устойчивости метательного снаряда **центр давления должен лежать позади центра масс** (смотря по направлению движения), причём величина восстанавливающего эффекта тем больше, чем больше площадь поверхности метательного снаряда и чем больше расстояние между центром масс и центром давления.



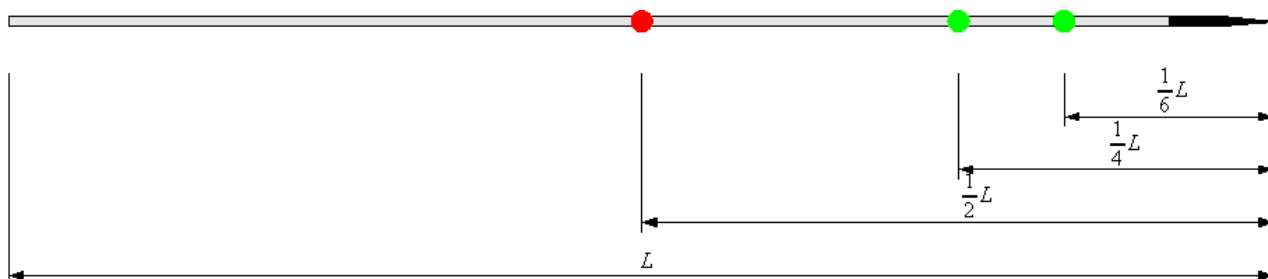
Обычно для неуправляемых невращающихся объектов **расстояние от носика до центра давления должно примерно в 2÷3 раза превышать расстояние от носика до центра масс**. Причём эта пропорция была получена эмпирически в разных странах абсолютно независимо и носит объективный характер (<http://www.rae.ru/zk/arj/2006/02/Korobeinikov.pdf>).

Если стрелу снабдить оперением, то центр давления будет сдвинут назад, и чем больше площадь оперения, тем дальше к хвостовику будет смещён центр давления. Таким образом, в случае неоперённой стрелы центр давления находится в своей крайней передней точке, совпадающей с геометрическим центром стрелы (по-простому — серединой). Иными словами, **в любом случае центр давления размещается на оси метательного снаряда где-то между его серединой и «кончиком хвоста»**.

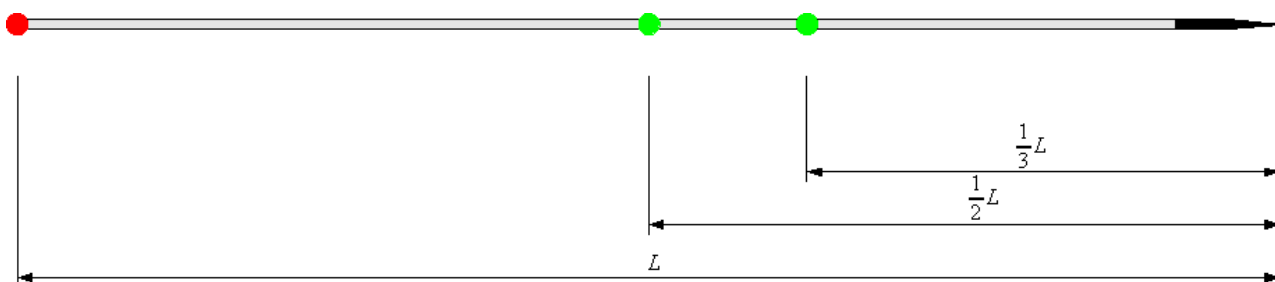


Если посмотреть на приведённый выше рисунок оперённой стрелы, на котором красной точкой обозначен центр давления, а зелёной — центр масс, то видно, что в случае размещения центра давления на расстоянии  $\frac{3}{4}$  длины стрелы  $L$  от её носика (разумное предположение, исходя из баланса тормозящей и стабилизирующей функций оперения) центр масс в соответствии с вышеприведённым правилом должен будет находиться на расстоянии от  $\frac{1}{4}$  до  $\frac{1}{3}$  длины стрелы  $L$  от носика её наконечника.

Если же стрела не оперена, то центр давления смещается ровно в её середину. Тогда, как показано на нижнем рисунке, в соответствии с вышеприведённым правилом центр масс должен будет располагаться на расстоянии от  $\frac{1}{6}$  до  $\frac{1}{4}$  длины стрелы  $L$  от носика её наконечника.



Можно рассмотреть ещё один вариант, при котором центр давления расположен на самом конце метательного снаряда. Вариант почти чисто теоретический, поскольку для этого к снаряду должен быть прикреплен тормозной парашют. В этой ситуации центр масс должен будет располагаться на расстоянии от  $\frac{1}{2}$  до  $\frac{1}{3}$  длины стрелы  $L$  от носика её наконечника.



На практике бытуют разные правила размещения центра масс. Кто-то утверждает, что для сохранения равновесия в полёте центр тяжести стрелы должен быть на точке от  $1/4$  до  $1/3$  её длины, если считать от наконечника (теперь, глядя на вышеприведённые рисунки, понятно, откуда это правило). Кто-то утверждает, что центр масс, наоборот, должен быть не ближе  $1/3$  длины стрелы от её носика (то есть, как видно из вышеприведённых рисунков, что «тормозной парашют» висит почти на самом «кончике хвоста» метательного снаряда). Специалисты компании *Easton* предлагают вообще анализировать не расположение центров давления и масс, а соотношение масс передней и задней половин стрелы — так называемое правило FOC (front-of-center). Согласно этому правилу, например, для охотничьих стрел (а для других стрел я у них аналогичного правила не нашёл) передняя половина стрелы должна весить на  $10\div 15\%$  больше задней. При этом чем ближе центр массы стрелы сдвинут к геометрическому центру стрелы, тем дальше будет лететь стрела, но точность уменьшится. Чем ближе центр масс к наконечнику — тем точнее выстрел, но меньше дальность полёта.

*Интересно разобраться, откуда родилась эта рекомендация про  $10\div 15\%$ ? Попробую высказать смелое предположение. Если центр масс находится в геометрической середине стрелы, то обе половины стрелы весят одинаково. А поскольку центр давления у оперённой стрелы сильно сдвинут от середины в сторону оперения, то это допустимо. Правда, при этом подъёмные силы передней и задней части стрелы будут не совсем равны — задняя часть с оперением имеет большую площадь поверхности и потому будет «взлетать» сильнее. Рычаг стрелы (при угле атаки  $\alpha > 0$ ) будет потихоньку поворачивать наконечник к земле до момента  $\alpha = 0$ . При отрицательном угле атаки  $\alpha < 0$  рычаг стрелы по той же причине наоборот будет потихоньку задирает наконечник вверх и опять же до момента  $\alpha = 0$ . Следовательно, в случае центра масс, расположенного в геометрической середине стрелы, при перемещении его в полёте по баллистической траектории небольшие по величине аэродинамические силы будут стремиться сориентировать тело стрелы горизонтально в каждой точке траектории её полёта.*

*Дисбаланс на  $10\div 15\%$  эквивалентен сдвигу центра масс от геометрического центра на  $4,5\div 6,5\%$  длины стрелы в сторону наконечника, что естественным образом, хоть и ненамного, улучшает кучность стрельбы. Можно предположить, что это есть небольшое **дополнительное увеличение подъёмной силы задней части стрелы, улучшающее эффект горизонтальной ориентации тела стрелы** при движении её центра масс по баллистической траектории. Неопределённость в точной величине этого сдвига вызвана просто разным способом крепления оперения, разными его размерами и разным допустимым количеством перьев, то есть разной величиной подъёмной силы задней части у разных стрел. При этом понятно, что упомянутый выше эффект автоматической горизонтальной ориентации должен быть небольшим и плавным, чтобы не приводить к дополнительной «болтанке» стрелы в полёте. Поэтому и рекомендованные цифры достаточно малы:  $10\div 15\%$ , а не  $40\div 50\%$ .*

*Мне представляется, что разброс в цифрах (в  $2\div 3$  раза, на  $10\div 15\%$ ) и некоторая неопределённость в методиках возникли из-за двух главных причин. Во-первых, у разных стрелков бывают разные задачи (спорт, охота, развлечение и т.п.), а во-*

вторых, практически невозможно точно рассчитать положение центра давления — слишком много разных факторов придётся учитывать. Гораздо проще немного поэкспериментировать и определить лучшую развесовку именно своих стрел и именно для своих нужд. Что, похоже, все и делают.

Мне лично более удобным кажется выделенное мною выше правило, при котором центр масс располагается от носика метательного снаряда на расстоянии в 2÷3 раза меньшем, чем центр давления. При этом понятно, что **чем больше расстояние между центром масс и центром давления, тем лучше стабилизирующее воздействие** на метательный снаряд со стороны силы аэродинамического сопротивления, момент которой в этом случае прикладывается к более длинному «рычагу». В этом случае — при большом расстоянии между центрами давления и масс, когда центр масс смещён ближе к носу — рыскание метательного снаряда по траектории полёта будет минимальным, а, значит, реальная траектория будет максимально приближена к теоретической и кучность стрельбы окажется максимальной.

В противном случае — когда центр масс располагается подальше от носика и максимально близко к центру давления, вплоть до геометрического центра метательного снаряда — сокращается разница между длинами переднего и заднего плеч рычага баланса метательного снаряда (то есть между расстояниями от центра масс до «кончика носа» и «кончика хвоста» соответственно). Но ведь и аэродинамические подъёмные силы передней и задней половин метательного снаряда, сколь бы малы они не были, также пропорциональны соответствующим длинам плеч и, действуя на рычаг баланса метательного снаряда, приводят в этом случае к меньшей его разбалансировке, что, в свою очередь, замедляет процесс перехода метательного снаряда в режим пикирования по баллистической траектории и тем самым увеличивает дальность полёта метательного снаряда. Происходит это, подчёркиваю, за счёт аэродинамических сил, пропорциональных, в частности, площади соответствующих «крыльев» (участков метательного снаряда, разделённых центром масс) и квадрату скорости полёта метательного снаряда. Сколь бы малы эти силы не были, действие их на сбалансированный рычаг всегда окажется заметным. Другой вопрос: а насколько это действие сильно? Исходя из соображений качественного характера могу только сказать, что при одинаковых начальных скоростях полёта у длинной стрелы с оперением этот эффект должен быть сильнее, чем у короткого и «голового» болта. Что и подтверждается обычно на практике.

Получается, что дальность полёта стрелы определяется не столько её исходно высоким аэродинамическим качеством, о чём говорилось выше, сколько **действием разности слабых аэродинамических сил на сбалансированный рычаг** стрелы в полёте, замедляющих процесс перехода стрелы в режим пикирования по баллистической траектории.

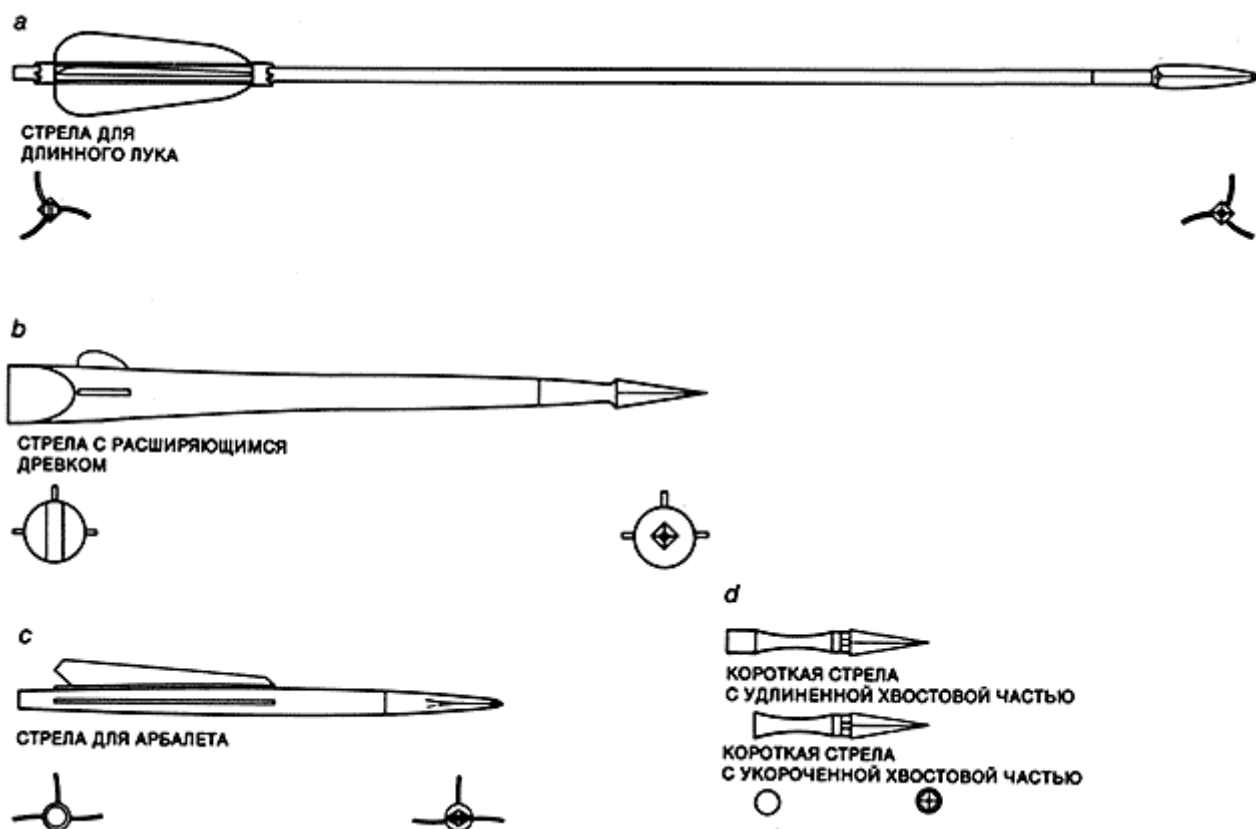
Ещё одно интересное соображение по поводу стабилизации метательного снаряда в полёте высказано в <http://vivovoco.rsl.ru/vv/journal/sciam/arbalet/arbalet.htm>, посвящённой исследованиям старых арбалетов и стрел.

Цитирую: «Вместе с тем совершенствовалась и форма стрелы. Длинной стреле для лука было необходимо оперение, чтобы сделать полёт устойчивым и предотвратить отклонение стрелы. Но *оперение ухудшает*

аэродинамические свойства стрелы, тормозит полёт. Стрелы для арбалета, изготовленные ещё мастерами Древнего Рима, имели уменьшенное оперение. Его размеры не обеспечивали стабилизации полёта, но это было и не нужно — стрелы имели не цилиндрическую, а коническую форму, хвостовой конец стрелы был толще, что не давало ей отклоняться от траектории. Вдобавок это смещало центр тяжести к хвостовой части стрелы, что также повышало устойчивость полёта.

Другая дошедшая до наших времён конструкция арбалетной стрелы вообще не имеет оперения. Металлический наконечник составляет примерно треть её длины, далее идёт расширяющееся древко. Хвостовая часть древка имеет сужение — выемку для зажимного механизма. *Это сужение улучшает аэродинамическое качество стрелы, делает её более обтекаемой.* Общая длина стрелы — около 15 см. Сейчас известно, что **у поверхности более короткой стрелы возникает меньше воздушных завихрений, тормозящих полёт.** Мастера античности и средневековья не знали аэродинамики, стрелы для арбалетов они совершенствовали методом проб и ошибок, экспериментально подбирая наилучшую форму и положение центра тяжести. Тем не менее, века развития арбалета дали превосходный результат — при продувке дошедших до нас арбалетных стрел в аэродинамической трубе **оказалось, что их форма и балансировка почти идеальны**, они обеспечивают минимальное аэродинамическое сопротивление».

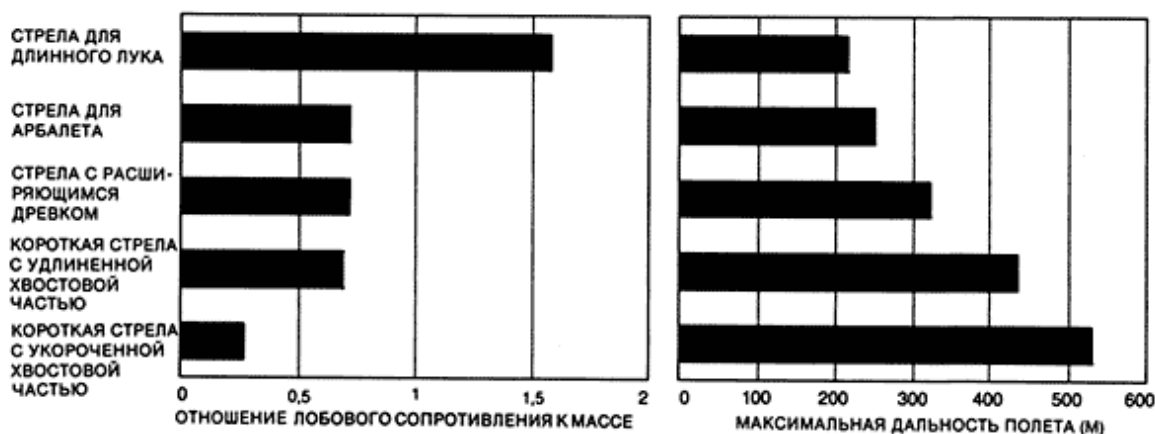
На рисунке приведены изображения исследованных авторами стрел.



Массу же стрелы авторы этой статьи предлагают рассматривать как меру способности стрелы сохранять кинетическую энергию. Если бы все исследованные ими стрелы были запущены с одной и той же скоростью, то масса каждой из них определяла бы запас энергии стрелы в начальный момент. **Скорость же расходования энергии зависит от лобового**

**(аэродинамического) сопротивления.** Малое значение отношения лобового сопротивления к массе означает вероятность того, что дальность полёта стрелы будет большой.

Ниже приведены результаты испытаний в аэродинамической трубе пяти типов стрел, изображённых на верхнем рисунке. Испытания проводились в лаборатории аэрокосмических исследований Университета Пардю. В расчётах принималось, что начальная скорость каждой стрелы составляла 80 м/с. Хотя такую скорость вряд ли имели стрелы для длинного лука, принятое значение было удобно для проведения сравнительного анализа.



Как видно из графиков, самой лучшей оказалась короткая неоперённая стрела с укороченной хвостовой частью.

Выводы, которые я сделал для себя после упорядочивания и осмысления собранных материалов этого раздела, следующие:

1. Я был прав, не придавая большого значения оперению.
2. Для дальности полёта и для кучности минимизация аэродинамического (лобового) сопротивления вкупе с тщательным выбором геометрии метательного снаряда, включая расположение его центров масс и давления, гораздо эффективнее попыток улучшить планирующие свойства метательного снаряда, то есть его аэродинамическое качество.

Однако, а чем же ещё можно стабилизировать положение метательного снаряда в полёте? Ну конечно же, гироскопическим эффектом, то есть его закручиванием вокруг собственной оси!

**«И всё-таки она вертится!»**

Вообще-то все стрелы в полёте крутятся, утверждают специалисты. По разным причинам: специально и непреднамеренно, иногда совсем чуть-чуть. Но всё-таки крутятся, и это идёт им только на пользу.

Известно, что при закручивании стрелы вдоль оси полёта с помощью оперения снижается относительная величина поперечного вращательного момента по отношению к продольному и полёт тем самым стабилизируется. На вращение стрелы в полёте влияют угол установки и степень изогнутости оперения, однако угол должен быть таким, чтобы не вызвать излишнего торможения метательного снаряда.

Вообще вращение снаряда (стрелы, пули) **изначально придумано для улучшения кучности стрельбы**. В огнестрельном оружии пуля начинает вращаться в канале ствола, а после выхода из него вращается по инерции. В луке канала ствола нет, поэтому для придания метательному снаряду вращения нужно или придать ему определённую форму (что считается делом чрезвычайно сложным) или расположить оперение так, чтобы набегающий поток воздуха начал бы этот самый метательный снаряд вращать. Но при этом **обязательно уменьшится дальность стрельбы**, ведь стрела будет иметь большее аэродинамическое сопротивление.

У пуль огнестрельного оружия перьев нет, так что незначительное увеличение её аэродинамического сопротивления за счёт повышенной шероховатости её боковой поверхности с нарезкой дальность полёта пули вряд ли уменьшит существенно. Что же касается скорости вращения пули в полёте, то, согласно общепринятой теории нарезного ствола (см., например: <http://sscity.narod.ru/sniper/sniper9txt1.htm>), зная длину шага нарезов и дульную скорость пули, можно подсчитать число оборотов пули вокруг её оси в момент вылета из канала ствола по формуле:

$$N_{об} = \frac{V_d}{S_n}$$

где  $N_{об}$  - число оборотов,  $V_d$  — дульная скорость пули,  $S_n$  — шаг нарезов.

Кучность боя ствола увеличивается с уменьшением шага нарезов и увеличением оборотов пули.

Если применить эти соображения к лучно-арбалетной стреле или болту, то организация достаточно быстрого вращения метательного снаряда вокруг собственной оси действительно даст эффект стабилизации траектории полёта за счёт гироскопического эффекта. Как известно, этот эффект заключается в том, что при насильственном отклонении некоей внешней силой вращающегося вокруг некоторой оси объекта возникает прецессия этой самой оси вращения. Прецессия немедленно вызовет кориолисову силу, момент которой скомпенсирует момент внешней силы. И «всё вернётся на круги своя», то есть продольная ось метательного снаряда (вокруг которой он, собственно, и должен крутиться волчком) прекратит прецессировать и вернётся на изначальную траекторию.

Вот собственно, и всё. Осталось только сообразить, с какой скоростью нужно закручивать метательный снаряд и как лучше это сделать. На второй вопрос ответ достаточно ясен: ничего, кроме оперения, тут не предложишь. А вот с первым вопросом ясности нет. И вот почему.

Оценки скорости вращения пули в соответствии с рекомендациями [http://www.ada.ru/guns/ballistic/BC/BC\\_calculator.htm](http://www.ada.ru/guns/ballistic/BC/BC_calculator.htm) привели к скоростям вращения порядка 3÷5 тысяч оборотов в секунду. Что-то подсказывает мне: многовато будет для стрелы-то! Всё-таки метательный снаряд в отличие от пули немного длиннее и как минимум за счёт этого (не говоря уже об оперении или иных конструктивных «тормозных парашютах») обеспечивает себе определённую стабилизацию в полёте. Вот у «братьев наших старших» — НАР и ПТУР — скорость вращения существенно меньше, всего несколько десятков оборотов в секунду.

Данных по скоростям вращения стрел я не нашёл, но могу их оценить,

исходя из угла наклона оперения. Эквивалентный «шаг нарезки» стрелы  $S_{нэ}$  можно рассчитать по формуле:

$$S_{нэ} = \frac{\pi \cdot D}{\operatorname{tg} \alpha}$$

где  $D$  — диаметр стрелы, а  $\alpha$  — угол наклона оперения.

Для диаметра 7,14 мм (калибр 18XX) и угла наклона  $1^\circ$  эквивалентный «шаг нарезки» составит 1285 мм, что при скорости полёта стрелы 50 м/с обеспечивает её вращение со скоростью 39 об/с. При угле  $2^\circ$  «шаг нарезки» составит 642,3 мм, обеспечивая скорость вращения 78 об/с. При угле  $5^\circ$  «шаг нарезки» составит 256,4 мм, обеспечивая скорость вращения стрелы 195 оборотов в секунду. При скорости стрелы 70 м/с и тех же углах наклона оперения скорость вращения составит 55, 109 и 273 об/с соответственно.

Таким образом, вывод, который напрашивается из изложенного выше, таков: **для стабилизации метательного снаряда в полёте скорость его вращения вокруг продольной оси должна быть около 100÷300 об/с.** При скоростях вращения, меньших 50 об/с, стабилизирующего эффекта может и не хватить, а при скоростях вращения, превышающих 300 об/с, из-за повышения аэродинамического сопротивления может сократиться дальность полёта метательного снаряда.

Указанные выше граничные значения скорости вращения метательного снаряда (50 и 300 об/с) мне подсказала моя собственная интуиция. Не думаю, что строгие расчёты его инерционных и аэродинамических характеристик дадут существенно отличные от этих цифр результаты.

*Попутно хочу заметить, что момент силы, восстанавливающей быстро вращающийся объект на первоначальную траекторию полёта, равен:*

$$\vec{M} = I \cdot \vec{\varepsilon}$$

где  $M$  — момент силы,  $I$  — момент инерции, а  $\varepsilon$  — угловое ускорение.

В свою очередь, момент инерции  $I$  для цилиндрического метательного снаряда равен:

$$I = \frac{1}{2} \cdot m \cdot R^2$$

где  $m$  — масса снаряда,  $R$  — радиус снаряда (половина диаметра для круглого тела тонкой и длинной стрелы).

Для пуль, например, имеющих массу порядка 1÷10 граммов, скорость вращения измеряется тысячами оборотов в секунду. Для стрел и болтов, имеющих на порядок бóльшую массу — в диапазоне 10÷100 граммов — скорость вращения, обеспечивающая их уверенную стабилизацию в полёте, естественно, на порядок ниже, поскольку момент силы прямо пропорционален моменту инерции метательного снаряда, который, в свою очередь, прямо пропорционален массе этого снаряда. Что косвенно подтверждает правильность сделанной оценки разумных скоростей вращения метательных снарядов.

# Стекланный, оловянный, деревянный

К вопросу о выборе материала для метательного снаряда

— А водка должна быть в 40 градусов, а не в 30, это во-первых, — наставительно перебил Филипп Филиппович, — а во-вторых, Бог их знает, что они туда плеснули. Вы можете сказать, что им придёт в голову?

— Всё, что угодно, — уверенно молвил тяпнутый.

— И я того же мнения, — добавил Филипп Филиппович и вышвырнул одним комком содержимое рюмки себе в горло, — э... м-м... доктор Борменталь, умоляю вас: мгновенно эту штучку, и если вы скажете, что это плохо, я ваш кровный враг на всю жизнь.

М.А. Булгаков «Собачье сердце»

При изучении правил орфографии русского языка мы сталкиваемся с исключениями из этих правил, которые тут же и заучиваем, не задумываясь. Их происхождение не объясняется — они подаются как факт. Аналогично происходит и с метательными снарядами. А, собственно, почему? Почему из кедра или алюминия? Почему круглые, а не квадратные или треугольные? Попробуем разобраться.

Зная минимально допустимую  $m_{\text{х}}$  и оптимальную (критическую)  $m_{\text{кр}}$  массы метательного снаряда, а также требуемую жёсткость его конструкции (то есть спайн), можно приступить к обсуждению крайне интересной, но не очень хорошо освещённой в литературе темы о выборе материала для изготовления метательного снаряда, равно как и о некоторых особенностях его геометрии.

## «Тонку тросточку сломил, стрелкой лёгкой заострил...»

Как и пушкинский князь Гвидон, начнём с *деревянных* метательных снарядов. Кроме лучников-традиционщиков, они могут быть интересны и некоторым категориям арбалетчиков. Сегодня для таких метательных снарядов можно купить готовые заготовки, а можно делать их вручную из подручного материала. Использовать для этого можно почти всё, что есть под рукой: кедр, сосну, бук, клён, дуб, ясень и много чего ещё.

В литературе часто упоминаются так называемые «калёные стрелы», считавшиеся в прежние времена самыми лучшими. Что это такое — точно не известно. Споры на эту тему идут до сих пор. То ли стрелы из заготовок, колотых вдоль волокна из специально подобранных чурок, то ли что ещё. Многие авторы сходятся во мнении, что это стрелы, древки которых склеены из нескольких (то ли 2-х, то ли 4-х — сейчас не так важно) брусков с различной ориентацией направления предпочтительного изгиба древесины. Тем самым достигается хорошая жёсткость и анизотропность механических свойств тела стрелы. Если это так, то следует признать, что идея это хорошая, хотя она и предполагает использование предварительно подготовленных — специальным образом вырезанных из дерева и должным образом высушенных — брусков-заготовок. Понятно, что чем больше заготовок будет склеено, тем меньше будут сказываться на механических свойствах стрелы (прежде всего на её прогибе) свойства каждой отдельной заготовки.



Но ведь это же практически современная технология изготовления фанеры! И цель та же самая: получить максимально ровный массив материала без обусловленных анизотропными свойствами каждого отдельного слоя внутренних напряжений. Отсюда возникает естественный вопрос: а почему бы дровяные стрелы не изготавливать из брусков фанеры?

*Какой только фанеры в природе не бывает! Фанера из древесины как твёрдых, так и мягких пород выпускается нескольких типов и сортов, которые различаются назначением, сроком службы, внешним видом и стоимостью. Фанера может классифицироваться по источникам получения — например, хвойная и берёзовая, по назначению — строительная, промышленная, упаковочная, мебельная и конструкционная. Благодаря слоистой послойно-ортогональной конструкции лист фанеры имеет отличные характеристики по прочности, долговечности, устойчивости к нагрузкам, ударопрочности и влагостойкости.*

*По маркам подразделяется в основном на четыре вида: фанера ФК, ФСФ, ФБ, ФЛБ (ФОФ). Склеивание фанеры осуществляется синтетическими терморезистивными клеями: фенолформальдегидными и карбамидными. Маркировка «ФК», «ФСФ», «ФБ» или «ФОФ» обозначает устойчивость к воздействию влаги, которая определяется типом клея и покрытия верхнего шпона фанерного листа.*

- ◆ *Фанера ФК — средней водостойкости или влагостойкая. Склеивается клеями на основе карбамидных смол. Рекомендована к использованию, как правило, внутри помещений.*
- ◆ *Фанера ФСФ — повышенной водостойкости. Склеивается клеями на основе фенолформальдегидных смол. Рекомендована к использованию как внутри помещений, так и (преимущественно) для наружных работ.*
- ◆ *Фанера ФБ — фанера бакелизованная. Каждый слой шпона такой фанеры пропитывается бакелитовым лаком, после чего склеивается клеем на основе фенолформальдегидных смол. Рекомендована к использованию в агрессивных средах, тропическом климате, водной среде. Область применения — самолёт- и судостроение.*
- ◆ *Фанера ФЛБ, ФЛК, ФОФ (фанера ламинированная) — облицованная пленочным покрытием (бумагой высокой плотности, пропитанной синтетической смолой) с одной или двух сторон берёзовая фанера марки ФСФ. Рекомендована к применению для наружных работ. Область применения (преимущественно) — монолитное строительство, конструкции опалубки.*
- ◆ *Берёзовая фанера — для производства мебели и внутренней отделки применяется фанера средней влагостойкости марки ФК, а для наружных работ используется берёзовая фанера повышенной влагостойкости марки ФСФ. Берёзовая фанера также используется при изготовлении тары и упаковки.*
- ◆ *Хвойная фанера — данный вид фанеры производится в основном из сосны, свойства которой обеспечивают не только привлекательный и гармоничный вид поверхности, но и отличные показатели прочности при невысоком весе. Хвойная фанера обладает высокой стойкостью к гниению и заражению грибами. Такими качествами хвойная фанера обладает потому, что хвоя пропитана смолами и имеет склейку на основе фенолформальдегидного клея*

*А ведь кроме фанеры существуют ещё и ДСП - древесно-слоистые пластики...*

То, что из фанерного листа нужной толщины несложно нарезать бруски квадратного сечения и требуемой длины — не секрет. Проблема может возникнуть при попытке их токарной обработки, поскольку древесина в слоях фанеры, перпендикулярных оси вращения будущего дровяного стрелы, может скалываться. Тут, конечно, можно поиграть с выбором режущего инструмента, но лучше всего в качестве режущего инструмента использовать... вращающуюся цилиндрическую фрезу или шлифовальный диск. И при обработке бруска-заготовки не столько быстро вращать его вокруг собственной оси, сколько медленно поворачивать, подставляя под

боковую поверхность фрезы или шлифовального диска очередную часть поверхности бруска-заготовки. По сути, тут и токарного станка не нужно, достаточно изготовить приспособление, позволяющее вращать исходный брусок как «на вертеле», подавая его ближе-дальше к рабочей поверхности закреплённой неподвижно дрели или шлифмашинки и перемещая вдоль этой поверхности. Как всегда в таких случаях, возможны варианты.

Такие древки, изготовленные из фанеры 1 или 2 сорта (особенно из ФБ), будут иметь механические свойства не хуже, чем импортные кедровые класса «Premium», а стоить будут существенно дешевле. А остальное — дело техники.

### **Такой же, но без крыльев**

Теперь займёмся иными метательными снарядами, которые сегодня традиционно изготавливаются из **металла** и **карбона** (углепластика). Если подходить к выбору материала непредвзято, то основными критериями такого выбора будут минимально допустимая  $m_{\text{х}}$  и оптимальная (она же критическая)  $m_{\text{кр}}$  массы метательного снаряда, его прочность и жёсткость. Дополнительными критериями выбора будут являться цена и внешняя привлекательность. И всё. Крепление оперения сегодня проблем не вызывает — каких только перьев, клеев и пероклеек не предлагается на рынке! Наконечники также достаточно унифицированы, в том числе с точки зрения массогабаритных характеристик способов крепления. А вот подбор тела метательного снаряда — по-прежнему проблема.

Начнём с некоторых оценок. Согласно рекомендациям, масса метательных снарядов должна находиться в интервале 15÷40 г. При практических длинах метательных снарядов 304÷610 мм для арбалетов и 400÷813 мм для луков объёмная плотность материала зависит ещё и от площади сечения тела метательного снаряда. Не секрет, что изготавливаются они из трубки с небольшой толщиной стенки. Наружный диаметр наиболее распространённых трубок меняется от 4,76 мм (калибр 12XX) до 10,72 мм (калибр 27XX), толщина стенок трубок — от 0,30 мм (XX12) до 0,51 мм (XX20). Таким образом, площадь поперечного сечения трубки меняется от 4,20 мм<sup>2</sup> до 16,36 мм<sup>2</sup> — практически в 4 раза. Отсюда можно вычислить диапазон изменения объёмов трубок, который будет меняться от 1'277 мм<sup>3</sup> (при длине 304 мм и сечении 4,20 мм<sup>2</sup>) до 13'301 мм<sup>3</sup> (при длине 813 мм и сечении 16,36 мм<sup>2</sup>), и удельную объёмную массу материала: от 1'127 до 31'323 кг/м<sup>3</sup>! Иными словами, **в качестве материала для изготовления метательных снарядов может быть использован практически любой материал** — от карбона (углепластика) до алюминиевых, титановых, стальных и вплоть до золотых сплавов. Правда, стрелы из золота будут интересны музейным работникам да ещё разве что знаменитому мистеру Голдфингеру из сериала про Джеймса Бонда. Впрочем, золото в этом списке упомянуто скорее для порядка, чем из практических соображений.

*Понятно, что при ограниченной допустимой массе метательных снарядов тяжёлые материалы целесообразно использовать в коротких и тонких трубках, а лёгкие — наоборот: в толстых и длинных. При этом цена материала на самом деле особого значения не имеет, поскольку даже самые дорогие материалы — алюминий по цене \$3/кг или титан стоимостью \$20/кг — в нужных количествах (не более 50 г на один метательный снаряд) всё равно обойдутся недорого: от \$0,15 до \$1. И даже если взять какой-нибудь экзотический «космический» материал с космической же ценой (ну, пусть в 100 раз дороже титана), то всё равно стоимость материала для*

метательного снаряда не превысит \$100. Так ведь сегодня хорошие стрелы уже стоят под \$30, а тут аж «космические» да ещё и «нанотехнологии»... Гораздо важнее определиться с другими критичными для метательных снарядов параметрами — прочностью и жёсткостью.

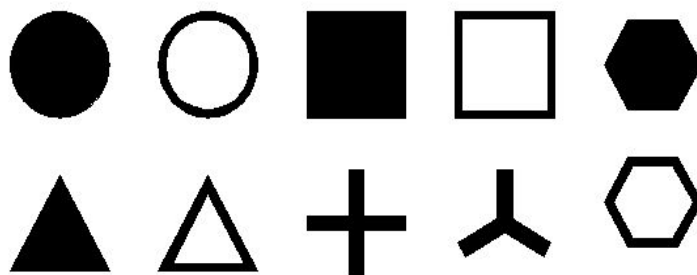
И тут самое время отметить не всегда очевидные, но существенно разные **эксплуатационные требования** к одноразовым (например, для охоты) и многоразовым (например, для спорта) метательным снарядам, предназначенным к тому же для использования с различными типами метательных орудий: луками и арбалетами. То, что метательные снаряды для охоты по сути своей являются одноразовыми, подчёркивают многие. Не в том смысле, что больше одного выстрела они «не живут», а потому, что мало кто будет бегать по лесу за своей невесть куда улетевшей стрелой, как Иванушка в поисках Царевны-лягушки. Одноразовую посуду мы тоже в принципе можем использовать повторно несколько раз, но делаем это крайне редко, потому как она всё-таки «одноразовая»...

	<b>Боевые и охотничьи</b>	<b>Спортивно-развлекательные</b>
<b>Луки центрального боя и арбалеты</b>	Одноразовые любой жёсткости	Многоразовые любой жёсткости
<b>Все остальные типы луков</b>	Одноразовые заданной жёсткости	Многоразовые заданной жёсткости

Следует отметить, что для луков центрального боя спайн метательного снаряда особого значения не имеет. А уж для арбалетов с их стабильным механическим выпуском — совсем никакого значения не имеет. То есть снаряды для этих метательных орудий — стрелы или болты — в принципе **могут быть сколь угодно жёсткими**. А это означает, что они могут изготавливаться, например, из хорошей стали. Что и привело в своё время к появлению болта — особой разновидности метательного снаряда. Но ведь могут они изготавливаться и из других жёстких (по сравнению с алюминием и карбоном), но прочных материалов, например, титана, стали или... керамики. Современная керамика более чем жёсткая, но при этом достаточно прочная и вполне способна многократно выдержать ударные нагрузки, возникающие в метательном снаряде при попадании в цель. Потому что чем выше жёсткость, тем меньшая часть полного импульса метательного снаряда будет затрачена на его деформацию; большая же часть импульса будет затрачена на пробитие мишени. И модный карбон — далеко не идеал с этой точки зрения: выпущенная из блочного лука скоростная углепластиковая стрела при попадании в деревянную мишень всё равно раскалывается, ибо на самом деле карбон как материал характеризуется огромным модулем Юнга на продольное растяжение, а не на сжатие. А уж говорить о поперечной жёсткости (тем более о прочности) углепластикового метательного снаряда не приходится, ибо материал этот хрупкий и принципиально анизотропный по своим механическим свойствам.

Вторым важным моментом, определяющим прочность и жёсткость метательного снаряда, является его геометрия, в первую очередь **профиль сечения**. Сегодня практически все метательные снаряды имеют цилиндрическую форму — это либо трубка, либо сплошной цилиндр. А ведь профили могут быть разные...

Если не брать в расчёт квадратный (четырёхгранный), шестигранный и все прочие многогранные формы профиля, жёсткость конструкции которых сопоставима с сечением в виде кольца, то в отношении равностороннего треугольного и звездообразных профилей таких очевидных выводов не сделать.



Равносторонний треугольник при одинаковых характерных размерах ( $d=l$ , где  $d$  — диаметр круга, а  $l$  — длина стороны треугольника) с точки зрения площади сечения не очень отличается от круга: площади треугольника и круга соответственно будут следующими:

$$S_t = \sqrt{\frac{3}{4}} \cdot l^2 = 0,87 \cdot l^2 \quad \text{и} \quad S_r = \frac{\pi}{4} \cdot d^2 = 0,79 \cdot d^2$$

То есть площадь круга на 10% меньше площади треугольника. А вот для длины контуров труб ситуация иная:  $L_t = 3 \cdot l$  и  $L_r = \pi \cdot d$ .

Длина контура треугольника оказывается на 10% меньше длины окружности. То есть при изготовлении метательного снаряда из трубки треугольного сечения площадь сечения и, соответственно, масса метательного снаряда будут на 10% меньше, чем у круглой трубки того же характерного размера и с той же толщиной стенки (которая много меньше характерного размера сечения трубки). Мелочь, конечно, а приятно!

Аналогичным образом можно вычислить и суммарную длину лучей для трёх- и четырёхлучевой звезды (креста). Для креста  $L_4 = 2 \cdot l$ , а для трёхлучевой звезды —  $L_3 = 1,5 \cdot l$  (длина каждого луча —  $\frac{1}{2} \cdot l$ ). Очевидно, что при одинаковой толщине рёбер и совпадении характерных размеров **площади сечения этих профилей будут в 1,5 и 2 раза меньше площади сечения треугольной трубки** соответственно. И, соответственно, во столько же раз уменьшится масса метательного снаряда. А вот это уже не мелочь! Так почему же стержни такого профиля (как, впрочем, и других, упомянутых и не упомянутых выше) не используются в качестве основы метательных снарядов? Может быть, они недостаточно прочные и жёсткие? Что касается прочности и жёсткости метательного снаряда того или иного сечения, то это уже чистый сопромат (см. «Рациональные формы поперечных сечений при изгибе» — [www.toehelp.ru/theory/sopromat/20.html](http://www.toehelp.ru/theory/sopromat/20.html)).

*В повседневной жизни мы часто путаем жёсткость с упругостью и не всегда ясно видим границу между такими понятиями, как прочность и хрупкость. Жёсткость — это характеристика конструкции, а упругость, прочность и хрупкость — характеристики материала. Хотя понятие прочности применимо и к конструкции тоже. Для начала приведём следующие определения:*

**Жёсткость** — способность конструкции сопротивляться образованию деформации. В случае малых одномерных деформаций, например, для конструкции стержня длины  $l$  из материала, имеющего модуль упругости (модуль Юнга)  $E$ , величина силы  $F$ , вызывающей деформацию стержня на величину  $x$ , будет равна:

$$F = E \cdot S \cdot \frac{x}{l},$$

где коэффициент  $E \cdot S$  — это собственно жёсткость этой конструкции стержня, а  $\frac{x}{l}$  — её относительное удлинение. Видно, что жёсткость конструкции стержня пропорциональна упругости её материала, определяемой модулем Юнга  $E$ , и площади сечения конструкции стержня  $S$ .

**Упругость** — свойство материала оказывать влияющей на него силе механическое сопротивление и принимать после её спада исходную форму. Противоположность упругости называется **пластичность**.

**Прочность** — свойство материала сопротивляться разрушению под действием внутренних напряжений, возникающих от внешних заданных (назначенных) нагрузок. Применительно к изделию **прочность** — это свойство конструкции выполнять своё назначение, не разрушаясь заданное время.

**Хрупкость** — свойство материала разрушаться при небольшой (преимущественно упругой) деформации под действием напряжений, средний уровень которых ниже предела текучести.

В связи с тем, что не все используемые в инженерном деле понятия имеют однозначную трактовку (в том числе и упомянутые выше), дадим собственное определение интересующего нас пластичного и хрупкого материала.

**Пластичным материалом** в настоящем документе будем называть материал, допускающий пластическую деформацию без разрушения. Как правило, такие материалы допускают и большую величину упругой деформации, за что в быту именуется упругими.

**Хрупким материалом** в настоящем документе будем называть пластически не деформируемый материал, разрушающийся при небольшой деформации. И хотя любой материал, даже хрусталь, в той или иной степени обладает свойством упругой деформации, величина допустимой упругой деформации таких материалов ничтожно мала по сравнению с пластичными, почему в быту они и воспринимаются исключительно как хрупкие.

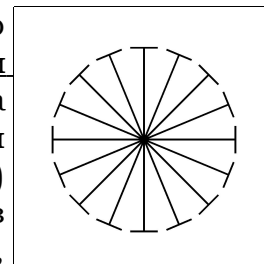
Теоретически для метательного снаряда из **пластичного материала**, испытывающего нагрузки только вдоль какой-либо одной оси (например, только в вертикальной плоскости), рациональным является симметричное относительно нейтральной оси (то есть относительно горизонтальной плоскости) сечение в форме симметричного двутавра. К двутавровому сечению близко по критерию рациональности так называемое коробчатое сечение, осесимметричный вариант которого представлен на верхнем рисунке в виде квадратного сечения.

Для метательного снаряда из **хрупкого материала** при тех же условиях наиболее рациональным будет сечение в форме несимметричного двутавра. Вообще же идея рациональности поперечного сечения стержней при изгибе реализована в стандартных тонкостенных профилях, получивших широкое распространение машиностроении, таких, как двутавр, швеллер, неравнобокий и равнобокий уголок; реже встречаются тавр, таврошвеллер, зетовый профиль и др. И хотя некоторые профили, изображённые на приведённом выше рисунке, также встречаются редко, это вовсе не исключает возможности их практического применения.

В случае, если поперечные нагрузки на стержень действуют вдоль двух

или более направлений, то **для пластичного материала** из симметричного двуглава (точнее, из коробчатого сечения) автоматически получим известное решение, считающееся идеальным — трубка с кольцом в сечении.

Однако, поразмыслив немного, из того же самого симметричного двуглава можно получить ещё одно почти идеальное решение — многолучевую звезду с полками на концах лучей, эдакий «многоглавр». Впрочем, без потери жёсткости (но с небольшим увеличением площади сечения) можно эти полки убрать и оставить многолучевую звезду в чистом виде. Сокращение количества лучей (в пределе до 2, хотя это будет уже вырожденная звезда, превратившаяся в прямоугольную планку) приведёт ко всё большему проявлению асимметрии реакции стержня при произвольно направленных поперечных нагрузках. Что, безусловно, плохо, поскольку вносит очевидную непредсказуемость в поведение метательного снаряда. Так что любой профиль сечения тела метательного снаряда, кроме кольца и сплошного круга, **теоретически** может привести к тому, что снаряд поведёт себя в полёте плохо предсказуемо из-за принципиальной анизотропной реакции его тела на поперечные нагрузки произвольной направленности. Правда, **практически** вряд ли удастся заметить разницу в реакциях метательного снаряда с профилем тела в виде кольца и с профилем в виде многоугольника или в виде многолучевой звезды, особенно если количество углов/лучей будет достаточно велико — не менее десятка, например. Ох уж эти теории — они ведь являются не более чем отражением той или иной математической модели...



**Для хрупкого же материала** в случае действия разнонаправленных поперечных нагрузок всё будет вообще непредсказуемо... Вот почему такая разновидность материала в метательных снарядах не используется и всерьёз никем не рассматривается.

И совершенно напрасно!

Есть как минимум **два** случая, когда тело метательного снаряда может иметь практически любой профиль и/или изготавливаться из любого (в том числе и из хрупкого) материала, но никаких отрицательных последствий для поведения метательного снаряда в полёте это иметь не будет:

- 1.Материал является **очень жёстким** (в пределе — абсолютно жёстким);
- 2.Профиль равномерно **закручивается** вдоль тела метательного снаряда не менее, чем на один оборот.

Первое означает, в частности, что такие метательные снаряды могут использоваться только для луков центрального боя и арбалетов, а второе — что рёбра профиля будут играть роль закрученных перьев, дополнительной нужды в которых более не возникнет.

*Есть одно вроде бы «исключение из правил»: углепластик, он же карбон. Материал этот по определению хрупкий и к тому же анизотропный, но тем не менее он активно используется при изготовлении стрел. Дело в том, что карбон всегда используется только в виде композита, а никак не в чистом виде. То есть для практического применения его обязательно послойно соединяют либо с металлом, либо с другими слоями карбона, нити в которых направлены под углом к направлению нитей в основном слое (обычно перпендикулярно). Таким образом в*

полученном композите достигается компромисс: слои карбона обеспечивают снижение веса и увеличение продольной прочности на растяжение, а слои металла (или дополнительные слои карбона, ориентированные под углом к продольной оси) обеспечивают разумную анизотропность прочностных свойств метательного снаряда во всех иных направлениях, кроме продольного. В итоге прочность метательного снаряда становится хоть и высокой, но она примерно на порядок ниже прочности самого материала. Впрочем, об этом чуть ниже.

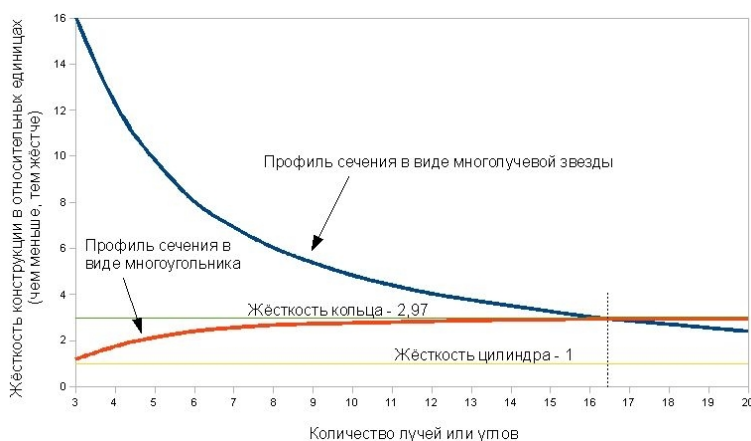
Прежде, чем продолжить, посмотрим, насколько форма профиля сечения тела метательного снаряда влияет на его поперечную жёсткость. Дабы избежать скучной теории, просто построим трёхмерные электронные модели стержней одинаковой длины с указанными выше сечениями и равными характерными размерами этих сечений. Что такое «характерный размер»? Для круга и кольца это внешний диаметр, для равностороннего треугольника — длина его стороны, для многолучевых звёзд — диаметр описанной окружности, а для многоугольников — диаметр вписанной окружности. При этом толщину стенок для определённости выбираем равной 5% от характерного размера сечения. Затем промоделируем на компьютере их деформацию при консольном закреплении на одном конце и приложении одинаковых нагрузок к другому. Очевидно, что наибольшей жёсткостью должен обладать сплошной цилиндр, наиболее распространённым (и наиболее интересным для сравнения) профилем является кольцо, а наиболее жёсткой тонкостенной конструкцией будет стержень с квадратным сечением. Поэтому примем величины их деформации поочерёдно за единицу и пронормируем на них величины деформаций стержней с остальными профилями сечений.

Меньшие величины относительных деформаций соответствуют большей жёсткости конструкции. Результат моделирования в относительных единицах выглядит следующим образом:

Профиль сечения		Цилиндр	Многолучевая звезда					Кольцо	Многоугольник				
			12	10	8	6	4		3	12	8	6	4
Деформация	относительно цилиндра	1	4	4,79	5,97	7,88	11,82	16,06	2,97	2,82	2,67	2,42	1,82
	относительно кольца	0,34	1,35	1,61	2,01	2,65	3,98	5,41	1	0,95	0,90	0,82	0,61
	относительно квадрата	0,55	2,20	2,63	3,28	4,33	6,50	8,83	1,63	1,55	1,47	1,33	1

Расчёты показывают очевидный результат: жёсткость метательного снаряда можно регулировать не только выбором материала с подходящей упругостью, но и выбором подходящей формы и размеров профиля его сечения.

Причём что интересно: жёсткость стержня с сечением в виде многолучевой звезды при увеличении количества лучей увеличивается и в пределе стремится к величине, равной жёсткости сплошного



цилиндра с диаметром, равным диаметру описанной вокруг звезды окружности (величина жёсткости, принятая за 1). Жёсткость же стержня с сечением в виде многогранника при увеличении количества граней наоборот уменьшается и стремится в пределе к величине, равной жёсткости трубки с сечением в виде кольца с внешним диаметром, равным диаметру вписанной в многоугольник окружности (величина жёсткости, равная 2,97 в единицах относительно цилиндра). Всё это наглядно продемонстрировано на графике.

*Кстати, в таблице отсутствует ещё один интересный профиль сечения — сплошной квадрат, при котором жёсткость стержня будет ещё на 27% выше, чем у сплошного цилиндра — ровно настолько, насколько площадь квадрата  $S_4 = d^2$*

*больше площади круга  $S_{кр} = \frac{\pi}{4} \cdot d^2$ . Этот профиль может быть интересен при изготовлении деревянных метательных снарядов, в первую очередь из фанеры и других древесно-слоистых пластиков.*

Видно, что весь возможный диапазон изменения жёсткости конкретной конструкции (в 16 раз!) при сохранении неизменными характерных размеров конструкции перекрывается только за счёт изменения профиля её сечения в виде многолучевой звезды или многоугольника. Из графика видно, что количество лучей/углов при этом может не превышать 16. Примем всё это к сведению.

### **«Только раз бывают в жизни встречи...»**

Таким образом, использование материала с очень большим значением величины модуля упругости (модуля Юнга) позволяет изготавливать тело метательного снаряда с любым приглянувшимся центральносимметричным профилем сечения. А равномерное закручивание произвольно выбранного профиля вдоль тела снаряда, наоборот, позволяет использовать материал с любой заданной наперёд упругостью, обеспечивая требуемую жёсткость (спайн) метательного снаряда чисто конструктивными параметрами — выбором формы и индивидуальных размеров его профиля сечения.

Как-то очень незаметно все последние рассуждения сосредоточились на метательных снарядах, которые на самом деле относятся к категории многоразовых. А в чём же их отличие от одноразовых собратьев с точки зрения выбора материала? На самом деле только в том, что одноразовые метательные снаряды не должны быть дорогими и **могут быть хрупкими**. То есть после попадания в цель метательный снаряд может и сломаться (а может и уцелеть — это как получится), лишь бы его наконечник поразил цель и уверенно бы в ней зафиксировался. Для охоты этого вполне достаточно. А уж если не попал, куда надо, то чтобы и искать его особенно не хотелось.

Итак, преобразуем приведённую ранее таблицу типов метательных снарядов в таблицу с описанием некоторых требований к их конструкции и материалам, из которых они могут быть изготовлены. Конечно, под упоминаемой в таблице недорогой хрупкой керамикой не имеются в виду фарфор, фаянс или иные материалы посудно-сантехнического назначения. Это техническая керамика — такие материалы, как оксид алюминия (корунд), оксид циркония, нитрид кремния, карбид бора, нитрид бора (боразон), керамогранит и многие другие. Отметим попутно, что вопрос цены таких материалов должен обсуждаться если не в последнюю, то по крайней мере далеко не в первую очередь, поскольку требуемое количество этих



материалов на один метательный снаряд очень мало — не более 50 г, а скорее всего, около 20 г, а цена в значительной степени определяется количеством материалов. Да и стоимость изготовления метательного снаряда из этих материалов тоже заметно отлична от нуля. Поэтому вопрос себестоимости такого метательного снаряда следует рассмотреть отдельно, а здесь же достаточно просто отметить, что изготовление метательных снарядов из таких материалов технически возможно и с функциональной точки зрения целесообразно.

Тип метательного снаряда		Материал тела	Профиль сечения тела
С заданной жёсткостью	Одноразовый	Любой традиционный плюс <i>сталь</i>	Кольцо или круг; также любой другой центральносимметричный, но <i>только с равномерной закруткой</i> вдоль тела снаряда
	Многоразовый	Любой традиционный плюс <i>сталь и титан</i>	Кольцо или круг; также любой другой центральносимметричный, но <i>только с равномерной закруткой</i> вдоль тела снаряда
Максимально жёсткий		Любой традиционный плюс <i>сталь, титан и <u>только прочная керамика</u></i>	Любой
	Одноразовый	Любой традиционный плюс <i>сталь, а также <u>прочная или хрупкая недорогая керамика</u></i>	Любой

Интересно обратить внимание на **стальные метательные снаряды**. Сплавы из этого материала в 3 раза тяжелее, но и в 3 раза дешевле любимых всеми сплавов алюминия. Прочность стали в комментариях не нуждается, а вот жёсткость конструкции метательного снаряда из стальных сплавов (определяемая при прочих равных условиях величиной модуля Юнга сплава) может быть в несколько раз выше, чем у алюминиевых. И это при одинаковой геометрии трубки. А если уменьшить размеры трубки (упругость материала сделать это позволяет)? Или использовать иной профиль сечения, имеющий существенно меньшую площадь и обеспечивающий более высокую жёсткость? Чем не «абсолютно твёрдое тело» даже по сравнению с самыми жёсткими стрелами X7 от *Easton*? И не надо никакого дорогого карбона — вот вам дешёвый и достаточно жёсткий метательный снаряд. Жёсткость которого (то есть в итоге спайн) можно менять в широких пределах за счёт выбора конкретного материала, формы поперечного сечения, а также за счёт выбора характерного размера и толщины стенок трубки, из которой будет изготовлено тело метательного снаряда.

Так почему же такие метательные снаряды никто не делает? Я не вижу

ни одной разумной причины, кроме косности мышления и корыстных интересов нынешних лидеров рынка спортивного инвентаря. Как известно, «лучшее — враг хорошего». Это придумано теми, кого вполне устраивает текущее положение дел. Их расчёт прост:

1. С трубками всё давно просчитано, реклама отлично работает, бизнес налажен, так что и думать тут особенно не надо (а это экономия как минимум на дорогом инженерном персонале и затратах на НИОКР).
2. При использовании исходно дорогих материалов, таких, как алюминий и особенно карбон, норма прибыли от реализации продукции заметно выше, чем при использовании, например, стали.
3. Чем меньше разнообразие исходных материалов в изделиях, тем больше объём потребления каждого из этих материалов, тем, соответственно, ниже стоимость материала для производителя метательных снарядов; норма прибыли при этом дополнительно увеличивается.

И так далее. Вот ещё некоторые достаточно простые вопросы, ответов на которые — разумных ответов, естественно — не видно:

1. Для увеличения соотношения «прочность/вес» в велоспорте, например (и не только), давно и успешно используют алюмоскандиевые сплавы: плотность почти такая же, как и у алюминия, а прочность и жёсткость приближаются к стали. Известно, например, что Easton Sports Inc., крупнейший производитель спортивных товаров из алюминия — бит для бейсбола, велосипедных рам, клюшек для гольфа и хоккея и другого спортивного инвентаря — закупает алюмоскандиевые сплавы. Так почему же до сих пор мы не видим стрел из этого замечательного материала? Или из придуманного ещё 40 лет назад фирмой Lockheed «локаллой» — бериллиево-алюминиевого сплава с плотностью меньше, чем у алюминиевых, а с упругостью — выше, чем у стальных сплавов? Где всё это?
2. Плотность алюминиевых сплавов —  $2,7 \text{ г/см}^3$ , а плотность карбона — около  $1,5 \text{ г/см}^3$ . При приблизительно равных объёмных долях этих материалов в композите средняя плотность такого композитного материала равна  $2,1 \div 2,2 \text{ г/см}^3$ . И это при том, что такие композиты увеличивают только продольную жёсткость стрелы и только на растяжение, но никак не поперечную. Зато цену увеличивают заметно. С другой стороны, самыми лёгкими металлическими сплавами сегодня являются магниевые с плотностью  $1,8 \text{ г/см}^3$  — в 1,5 раза меньше, чем у алюминиевых сплавов. По удельной прочности высокопрочные магниевые сплавы имеют преимущества или как минимум находятся на одном уровне с наиболее высокопрочными алюминиевыми сплавами. Модуль упругости магниевых сплавов всего в 1,5 раза меньше, чем у алюминиевых, и в 5 раз меньше, чем у стальных сплавов. В конце XX века получили развитие ещё и сверхлёгкие Al-Mg-Li сплавы, дополнительно содержащие литий с плотностью  $0,53 \text{ г/см}^3$ . Цена всех этих считающихся почему-то «экзотическими» конструкционных материалов не намного выше алюминия, причём в основном за счёт небольших объёмов производства. Так почему же ничего этого нам не предлагается?
3. Где же хваленые порошковые материалы, не говоря уже о нано- и прочих «космических» сплавах и керамиках? Порошковые материалы (стали, бронзы, керамика и др.) давно и успешно используются в

промышленности, поскольку при одинаковой с базовым материалом плотности обладают в несколько раз бóльшей прочностью, износостойкостью и другими замечательными характеристиками.

Таких вопросов довольно много. А ответ на них один: сегодняшнему производителю и торговцу ничего, кроме прибыли, не нужно. «Лучшее — враг хорошего». Поэтому, если вам нужна относительно недорогая продукция со средними характеристиками (правдивость рекламы хорошо известна), то берите массовую продукцию широко известных и громко рекламируемых фирм. Таких потребителей — подавляющее большинство (включая и спортсменов мирового класса с запудренными рекламой мозгами) и именно на них рассчитана вся деятельность компаний вроде *Easton*. А вот если вы хотите получить именно то, что вам нужно, а то и вообще изделие с предельно возможными характеристиками, то вам следует думать своей головой и при необходимости изготавливать такие изделия самостоятельно. Или же обращаться в небольшие, но высокотехнологичные компании, специалисты которых смогут сделать это за вас.

Другого пути нет. Причём касается это практически всех областей человеческой деятельности и применимо к любой стране мира.

## Характеристики различных материалов

Приведённые в таблице данные взяты из Интернета и носят исключительно ориентировочный характер.

<b>Материал</b>	<b>Плотность, г/см<sup>3</sup></b>	<b>Модуль Юнга, ГПа</b>	<b>Ориентировочная цена, USD/кг</b>
Углепластик (карбон)	1,5÷1,9	70÷800*	\$350÷450
Магниевые сплавы	1,8	41÷45	\$2,5
Бериллий-алюминиевые сплавы (AlBeMet, lockalloy)	2,0÷2,2	220÷255	\$570
Керамогранит	2,5	0,05÷15	\$10
Карбид бора	2,52	430÷440	\$15÷50
Алюминиевые сплавы	2,7	72÷75	\$3
Карбид кремния (карбокорунд)	3,2	400÷430	\$1,2÷5
Нитрид кремния	3,23	480	\$20
Нитрид бора (боразон)	3,45	890÷970	\$50
Алмаз технический	3,51	900	\$10'000
Оксид алюминия (корунд)	3,7÷4,1	350÷390	\$0,5
Титановые сплавы	4,5	110÷115	\$15÷25
Оксид циркония	6	210	\$2÷5
Стальные сплавы	7,8	190÷230	\$1
Бериллиевая бронза	8,8	131÷135	\$350
Золото	19,3	79	до \$30'000

\*800 — предельно возможное значение для анизотропного волокна при его растяжении вдоль оси, а 70 — среднее значение в изделиях из этого материала.